



Série « SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LABORATOIRE »

# PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES

## Cycle terminal

## Sommaire

Spécialité : biochimie - génie biologique .....	3
Spécialités : physique de laboratoire et de procédés industriels ; chimie de laboratoire et de procédés industriels.....	18

# SERIE SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LABORATOIRE

## Spécialité : biochimie - génie biologique

Des aménagements au programme de mathématiques du cycle terminal de la série STL ont été arrêtés le 9 août 2000 et publiés au BO hors série n°8 du 31 août 2000, volume 6, afin de prendre en compte le nouveau programme de seconde entré en application à la rentrée 2000.

### **Première** (*spécialité : biochimie - génie biologique*)

*Le texte de référence est le programme défini par l'arrêté du 27 mars 1991 (BO n° spécial 2 du 2 mai 1991 et repris, suite au changement de dénomination de la série F, dans le BO n° spécial 8 du 7 juillet 1994).*

Dans le chapitre III : « Fonctions numériques », la fonction cube sera introduite à titre d'exemple et pourra devenir une nouvelle fonction usuelle.

### **Terminale** (*spécialité : biochimie - génie biologique*)

*Le texte de référence est le programme défini par l'arrêté du 27 mars 1991 (BO n° spécial 2 du 2 mai 1991 et repris, suite au changement de dénomination de la série F, dans le BO n° spécial 8 du 7 juillet 1994).*

Aucune modification.

## I. EXPOSE DES MOTIFS

### *Note de service n°94-192 du 30 juin 1994*

#### *1. Les intentions majeures*

- a) Donner aux élèves une formation conçue en fonction de la poursuite d'études supérieures dans le domaine des sciences et techniques biologiques.*
- b) Insister sur l'importance du travail personnel des élèves, tant en classe qu'à la maison, et sur le rôle formateur des activités de résolution de problèmes. Dans cette perspective, chaque chapitre comporte une rubrique de travaux pratiques.*
- c) Développer les capacités d'organisation et de communication, renforcer les objectifs d'acquisition de méthodes et promouvoir l'unité de la formation des élèves en exploitant les interactions entre les différentes parties du programme et entre les mathématiques et les autres disciplines.*
- d) S'en tenir à un cadre et un vocabulaire théoriques modestes, mais suffisamment efficaces pour répondre aux besoins mathématiques des autres disciplines.*
- e) Pour chaque classe, prendre en compte l'exigence de contenus présentant un intérêt pour la formation de tous les élèves. En particulier, dans les classes de première d'adaptation, il convient de mettre en place des mesures d'aide personnalisées en fonction de l'origine des élèves de façon à consolider et à compléter leurs acquis antérieurs, sans pour autant reprendre une étude systématique du programme de seconde.*
- f) Dégager clairement les objectifs et les contenus du programme en précisant les capacités requises ou non requises des élèves, dans le double but de mieux éclairer les professeurs et les élèves et de combattre l'inflation. En particulier, on a limité de façon stricte le niveau d'approfondissement à donner aux concepts, ainsi que le degré de technicité exigible des élèves pour certains problèmes.*

#### *2. Quelques lignes directrices pour les contenus*

- a) En analyse, le programme porte essentiellement sur l'exploitation du calcul différentiel pour l'étude des fonctions. Les phénomènes exponentiels continus ou discrets, les problèmes numériques et les représentations graphiques, ainsi que l'étude de situations issues des sciences et techniques jouent ici un rôle très important. La formulation mathématique du concept de limite est hors programme ; l'unique objectif est d'acquérir une première idée de cette notion et de la faire fonctionner sur quelques exemples simples.*
- b) En algèbre, l'accent est mis sur la résolution de problèmes menant à des équations et des inéquations.*
- d) En probabilités, on a voulu prendre en compte l'importance croissante des phénomènes aléatoires dans toutes les sciences et de leur place dans l'enseignement européen. Dans cet esprit, et afin de permettre une maturation convenable des concepts probabilistes, le programme de première comporte une brève introduction à ces questions, dont l'étude est poursuivie en terminale. Cette introduction s'appuie sur l'étude des séries statistiques à une variable, dont la synthèse est au programme de seconde. En outre, le programme comporte une étude élémentaire des séries statistiques à deux variables, menée en vue des sciences économiques et sociales.*

## II. ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT ET DU TRAVAIL DES ELEVES

### 1. *Le cadre général*

L'horaire hebdomadaire des classes de première STL, spécialité « biochimie - génie biologique », est de trois heures (2 + 1). Pour cette spécialité, en première, les élèves suivent obligatoirement en plus un enseignement modulaire d'une heure hebdomadaire en mathématiques qui peut faire l'objet d'une répartition non uniforme sur l'année scolaire. L'horaire hebdomadaire de la terminale est de 2 heures.

Il est essentiel d'assurer un *bon équilibre entre les différentes parties du programme*, en ne perdant pas de vue que l'analyse doit tenir une place importante, aussi bien en première qu'en terminale. De même, il est important de choisir une *progression* permettant une *maturation des nouveaux concepts*. En particulier, il convient d'aborder les points essentiels du programme, afin de les faire fonctionner de façon efficace et de les approfondir de façon progressive, et de ne pas bloquer en fin d'année des sujets nécessitant une démarche spécifique (par exemple, la géométrie ou le calcul des probabilités).

Le texte du programme définit les objectifs, précise les connaissances et savoir-faire que les élèves doivent acquérir et délimite le champ des problèmes à étudier, mais chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement.

Toutes les indications mentionnées dans ce texte *valent pour l'ensemble des épreuves d'évaluation*, y compris celles du baccalauréat ; en cas de doute, l'interprétation minimale doit prévaloir. Les programmes de terminale et de première forment un tout ; dans chaque classe, les activités de résolution d'exercices et de problèmes fourniront un *champ de fonctionnement* pour les capacités acquises dans les classes antérieures et permettront, en cas de besoin, de consolider ces acquis ; on évitera en revanche les révisions systématiques. Pour faciliter cette articulation pour chaque classe, les différentes rubriques du programme comportent quelques indications sur la continuité des objectifs poursuivis.

### 2. *Objectifs et fonctions des différents types d'activité*

#### A) ORGANISATION DU TRAVAIL DE LA CLASSE

Deux objectifs essentiels sont à poursuivre :

- Entraîner les élèves à *l'activité scientifique* et promouvoir *l'acquisition de méthodes* : la classe de mathématiques est d'abord un lieu de *découverte, d'exploitation de situations, de réflexion et de débat* sur les démarches suivies et les résultats obtenus, de *synthèse* dégagant clairement *quelques* idées et méthodes essentielles et mettant en valeur leur portée.

- Développer les *capacités de communication* : qualité d'écoute et d'expression orale, de lecture et d'expression écrite (prise de notes, mise au point de la rédaction d'un énoncé ou d'un raisonnement...).

Dans cette perspective, la *résolution de problèmes* et *l'étude de situations* occupent une *part importante* du temps de travail. En particulier, il convient d'articuler la mise en place de contenus nouveaux avec l'étude de situations assez riches, qui peuvent, selon les questions étudiées, servir de motivation, fournir des secteurs d'intervention, ou constituer le support même pour cette mise en place. *La synthèse*, qui constitue le cours proprement dit, est *indispensable* mais doit être *brève* : elle porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître et savoir utiliser, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu.

Bien entendu, le choix d'une stratégie pour la mise en place de notions, de résultats et d'outils nouveaux ne saurait être uniforme : l'analyse des concepts à étudier et de leur articulation avec le champ des problèmes à résoudre, les acquis antérieurs des élèves, la simplicité, l'efficacité... sont autant de facteurs à prendre en compte.

## B) ORGANISATION DU TRAVAIL PERSONNEL DES ELEVES

*La résolution d'exercices et de problèmes* doit aussi jouer un rôle central dans les travaux proposés aux élèves. Pour leur choix, il est utile de se poser quelques questions. Font-ils appel aux seules capacités requises des élèves ? Sinon, les élèves disposent-ils des indications utiles pour les résoudre ? Leur contexte mathématique est-il compréhensible par un élève de la classe considérée ? Leur résolution a-t-elle valeur de méthode ?

Les travaux effectués en dehors du temps d'enseignement à *la maison ou au lycée*, ont des fonctions diversifiées :

- *La résolution d'exercices d'entraînement*, combinée avec l'étude du cours, permet aux élèves d'affermir leurs *connaissances de base* et d'évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples.
- *Les travaux individuels de rédaction* (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, rapport de synthèse sur un thème d'étude ; analyse critique d'un texte...) visent essentiellement à développer des *capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite* ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être *fréquents*, mais leur *longueur* doit rester *raisonnable*.
- *Les devoirs de contrôle, peu nombreux*, combinent des exercices d'application directe du cours et des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté progressive et permettant aux élèves de vérifier leurs résultats. *Les capacités à mettre en œuvre ne doivent en aucun cas dépasser les exigences mentionnées dans le programme.* Ils doivent être suffisamment *courts* pour permettre à la grande majorité des élèves d'étudier l'ensemble des questions posées et de *rédiger posément* une solution.

### 3. Evaluation, orientation

Il convient de *développer les capacités de chaque élève* et de *l'aider à préciser son projet de formation et à le réaliser*. Tout au long des deux années, *la communication des objectifs* à atteindre et la mise en œuvre de *formes diversifiées* d'évaluation peuvent aider efficacement les élèves à progresser, à se situer et à effectuer un choix d'orientation. D'autre part, il est souhaitable que des mesures d'aide aux élèves puissent être mises en place pour leur permettre de réaliser leur projet d'orientation dans de bonnes conditions.

## III. PRESENTATION DU TEXTE DU PROGRAMME

1. *Ce texte comporte trois parties, numérotées IV, V et VI :*

- La partie IV définit les objectifs et les capacités *valables pour l'ensemble des classes* de première et terminale STL spécialité « biochimie - génie biologique ». Cette partie figure donc au programme de *chacune* de ces classes.
- La partie V fixe le programme de première STL, spécialité « biochimie - génie biologique ».
- La partie VI fixe le programme de terminale STL, spécialité « biochimie - génie biologique ».

2. *Chaque chapitre des parties V et VI comporte :*

- Un *bandeau* définissant les objectifs essentiels de ce chapitre et délimitant le cadre général d'étude des notions relatives à ce chapitre.
- Un texte en deux colonnes : à *gauche*, sont fixés les connaissances et savoir-faire de base figurant au programme ; à *droite*, un commentaire précise le sens ou les limites à donner à certaines questions, et repère le cas échéant l'interaction du sujet étudié avec d'autres figurant au programme.
- Une rubrique de *travaux pratiques* en deux colonnes : à *gauche*, figure le champ des problèmes et des techniques que les élèves ont à étudier ; à *droite*, un commentaire fournit des repères pour le niveau d'approfondissement de cette étude.
- Enfin le programme de terminale comporte *un formulaire officiel*, que les élèves apprendront à utiliser pendant l'année et qui est mis à leur disposition pour les épreuves du baccalauréat. Ce formulaire fait l'objet d'une note de service publiée au *Bulletin officiel* de l'Education nationale.

3. En ce qui concerne les connaissances et savoir-faire, on a délimité, d'une part, ceux que les élèves doivent acquérir et, d'autre part, ceux qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables. Pour ces dernières, il est souvent précisé que « toutes les indications utiles doivent être fournies aux élèves » ou que « des indications doivent être données sur la méthode à suivre » : ceci est valable pour tous les travaux non encadrés par le professeur, et notamment pour les épreuves d'évaluation.

En particulier les travaux pratiques sont de deux sortes : les uns mettent en œuvre des techniques classiques et bien délimitées, dont la maîtrise est exigible des élèves. Les autres, qui portent la mention « Exemples de » (ce sont les plus nombreux), visent à développer un savoir-faire ou à illustrer une idée : les élèves devront, au terme de l'année, avoir une certaine familiarité avec le type de problème considéré, mais aucune connaissance spécifique ne peut être exigée à leur propos et toutes les indications utiles doivent être fournies aux élèves.

4. En outre, pour éviter toute ambiguïté sur les limites du programme et lutter contre l'inflation, il est indiqué que certains sujets sont « hors programme » (ce qui signifie qu'ils n'ont pas à être abordés au niveau considéré) ou « ne sont pas un objectif du programme » (ce qui signifie qu'ils peuvent être abordés à propos de l'étude d'une situation, mais ne doivent faire l'objet ni d'une étude systématique ni de capacités exigibles des élèves). De même, il est précisé pour certains sujets que « toute virtuosité technique est exclue », ou encore qu'il faut se limiter à des « exemples simples », voire « très simples ».

Pour les démonstrations indiquées comme « non exigibles », le professeur est laissé juge de l'opportunité de les faire, d'en donner une esquisse, ou d'admettre le résultat, tout en maintenant un bon équilibre entre ces différentes possibilités. La mention « admis » signifie que la démonstration est hors programme.

## IV. OBJECTIFS ET CAPACITES VALABLES POUR L'ENSEMBLE DU PROGRAMME

### 1. REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES

Les représentations graphiques tiennent une place importante : en effet, outre leur intérêt propre, elles permettent de donner un contenu intuitif et concret aux objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme ; leur mise en œuvre développe aussi les qualités de soin et de précision et met l'accent sur des réalisations combinant une compétence manuelle et une réflexion théorique.

### 2. PROBLÈMES NUMÉRIQUES

Les problèmes et méthodes numériques sont largement exploités, car ils jouent un rôle essentiel dans la compréhension de nombreuses notions mathématiques et dans les différents secteurs d'intervention des mathématiques ; ils permettent aussi d'entraîner les élèves à combiner l'expérimentation et le raisonnement en mathématiques et concourent au développement des qualités de soin et de rigueur.

### 3. PROBLÈMES ALGORITHMIQUES

Dans l'ensemble du programme, il convient de mettre en valeur les aspects algorithmiques des problèmes étudiés, mais aucune connaissance spécifique sur ces questions n'est exigible des élèves.

### 4. EMPLOI DES CALCULATRICES

L'emploi des calculatrices en mathématiques a pour objectif, non seulement d'effectuer des calculs, mais aussi de contrôler des résultats, d'alimenter le travail de recherche et de favoriser une bonne approche de l'informatique.

Les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice programmable dans les situations liées au programme de la classe considérée. Cet emploi combine les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base et sont seules exigibles :

- Savoir effectuer les opérations arithmétiques sur les nombres et savoir comparer des nombres ;
- Savoir utiliser les touches des fonctions qui figurent au programme de la classe considérée et savoir programmer le calcul des valeurs d'une fonction d'une variable permis par ces touches ;
- Savoir programmer une instruction séquentielle.

Il est conseillé de disposer d'un modèle dont les caractéristiques répondent aux spécifications et aux objectifs précédents et comportant, en vue de l'emploi dans les autres disciplines et dans les études supérieures, les fonctions statistiques (à une ou deux variables). En revanche, les écrans graphiques ne sont pas demandés.

## 5. IMPACT DE L'INFORMATIQUE

La mise en valeur des aspects algorithmiques et l'emploi des calculatrices programmables ont été évoqués ci-dessus ; il convient aussi d'utiliser les *matériels informatiques* existant dans les établissements.

## 6. UNITÉ DE LA FORMATION

Il est important que de nombreux travaux fassent *intervenir simultanément des parties diverses du programme* pour en faire ressortir l'unité (activités géométriques et algébriques relatives aux fonctions, articulation entre géométrie du plan et de l'espace...). Dans cette perspective, *l'enseignement des mathématiques est aussi à relier à celui des autres disciplines* sous deux aspects principaux: *organisation concertée* des activités d'enseignement afin que, en particulier, l'ordre dans lequel les différentes parties du programme sont abordées tiennent compte, dans la mesure du possible, des besoins des autres enseignements ; *étude de situations* issues de ces disciplines, comprenant une phase de modélisation et une phase d'interprétation des résultats (le programme fournit quelques repères à ce sujet). En ce domaine, toutes indications nécessaires doivent être données aux élèves et les seules capacités exigibles sont celles qui figurent explicitement au programme de mathématiques.

## 7. FORMATION SCIENTIFIQUE

*Les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique*, loin d'être incompatibles, doivent être développées de pair : formuler un problème, conjecturer un résultat, expérimenter sur des exemples, bâtir une démonstration, mettre en œuvre des outils théoriques, mettre en forme une solution, contrôler les résultats obtenus, évaluer leur pertinence en fonction du problème posé, ne sont que des moments différents d'une même activité mathématique. Dans ce contexte, la clarté et la précision des raisonnements, la qualité de l'expression écrite et orale constituent des objectifs importants. Cependant, la maîtrise du raisonnement et du langage mathématique doit être placée dans une perspective de *progression*. *On se gardera donc de toute formalisation excessive*, aussi bien pour les énoncés que pour les démonstrations. En particulier, le *vocabulaire* et les *notations* ne sont pas imposés *a priori* ; ils s'introduisent en cours d'étude selon un critère d'utilité.

Enfin, on aura le souci de se limiter à un *vocabulaire modeste* et à *quelques notations simples*, qui sont indiqués dans les différents chapitres.

## V. PROGRAMME DE PREMIERE

Arrêté du 27 mars 1991

### I. Objectifs et capacités valables pour l'ensemble du programme

Ces objectifs et capacités sont définis dans la partie IV.

### II. Algèbre, probabilités

#### 1. ALGEBRE

Les élèves doivent savoir reconnaître et traiter, en présence de données graphiques ou numériques, une situation de *proportionnalité* et en particulier de *pourcentages*. Ils doivent être familiarisés avec la *description de situations discrètes simples* conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.

Pour les *équations et inéquations numériques*, il convient non seulement de connaître des techniques de résolution, mais aussi d'apprendre à mettre en équation des problèmes issus de situations variées et à interpréter les résultats obtenus au regard des problèmes posés.

Les activités doivent combiner les expérimentations graphiques et numériques avec les justifications adéquates. Pour toutes ces questions, l'emploi des calculatrices est un outil efficace.

Programme	Commentaires
Suites arithmétiques et géométriques définies respectivement par $u_{n+1} = u_n + a$ et $u_{n+1} = bu_n$ et une valeur initiale $u_0$ . Expression du terme de rang $p$ . Calcul de $1 + 2 + \dots + n$ et de $1 + b + b^2 + \dots + b^n$ .	L'étude générale des suites et la notion de convergence sont en dehors du programme.

#### Travaux pratiques

Exemples d'étude de situations de proportionnalité, de calculs de pourcentages et de taux. Exemples simples de situations conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.	Pour l'ensemble des travaux pratiques, on insistera sur la phase de mise en équation, on évitera de multiplier les exemples posés <i>a priori</i> et on se gardera de tout excès de technicité. On choisira autant que possible des situations issues des sciences biologiques et de la vie économique et sociale. On mettra, s'il y a lieu, en évidence la fonction linéaire associée.
Exploration des fonctions exponentielles : L'étude des suites géométriques, de phénomènes économiques ou biologiques, l'étude expérimentale de la touche $x^y$ d'une calculatrice permettent d'introduire les fonctions exponentielles pour des bases simples : 2, 10, $\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{10}$ et de mettre en évidence leurs propriétés fondamentales.	
Exemples de résolution et interprétation graphique de systèmes d'équations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques.	La résolution d'équations ou de systèmes avec paramètre est en dehors du programme.

## 2. PROBABILITES

Au collège et en seconde, les élèves ont étudié la description de séries statistiques à une variable. Le programme de première comporte un premier contact avec les probabilités. L'objectif est d'entraîner les élèves à *décrire quelques expériences aléatoires* simples, et à *calculer des probabilités*. On évitera tout développement théorique. Pour introduire la notion de probabilités, on s'appuiera sur l'étude de séries statistiques obtenues par répétition d'une expérience aléatoire, en soulignant les propriétés des fréquences et la relative stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque cette expérience est répétée un grand nombre de fois.

La description d'expériences aléatoires amène aussi à organiser des données : on se limitera à *quelques* exemples permettant de mettre en valeur les idées, mais ne comportant pas de difficultés combinatoires.

Il est important que les élèves puissent se familiariser avec les probabilités pendant une durée suffisante : l'étude de ce chapitre ne doit pas être bloquée en fin d'année.

Événements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement est définie par addition de probabilités d'événements élémentaires. Événements disjoints (ou incompatibles), événement contraire.

Cas où les événements élémentaires sont équiprobables.

Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini.

Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire  $\bar{A}$ .

### Travaux pratiques

Exemples simples d'emplois de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à la description d'une expérience aléatoire.

L'étude du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme.

On s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemples comportant de difficultés techniques de dénombrement.

Exemples simples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux...).

Dans certaines situations, par exemple l'étude de caractères d'une population, les événements élémentaires ne sont pas donnés *a priori* ; on les construit en effectuant une partition de la population.

## III. Fonctions numériques

Le programme est organisé autour de deux objectifs principaux :

- Exploiter la *dérivation* pour l'étude locale et globale des fonctions ;
- Acquérir une *bonne maîtrise des fonctions usuelles* indiquées dans le programme et un certain savoir-faire, toutes les indications utiles étant fournies, pour l'étude de fonctions qui sont construites à partir de celles-ci par des opérations simples.

Comme en seconde, on mettra en valeur l'utilité du concept de fonction pour l'étude des *phénomènes continus* ; on exploitera largement des situations issues des sciences physiques, des sciences biologiques et de la vie économique et sociale, en marquant les différentes phases : modélisation, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats.

Le programme combine les *études qualitatives* (croissance, allure des représentations graphiques...) avec les *études quantitatives* (majorations, recherche de maximums, approximation d'un nombre à une précision donnée...). On exploitera systématiquement les *interprétations graphiques* et les *problèmes numériques*.

## 1. COMPORTEMENT GLOBAL D'UNE FONCTION

Pour l'étude des fonctions, on s'appuiera conjointement sur les interprétations *graphiques* ( $y = f(x)$ ), *cinématiques* ( $x = f(t)$ ) et *biologiques* (évolution d'une population, d'un taux de concentration...).

Comme en seconde, le programme se place dans le cadre des *fonctions définies sur un intervalle*. L'intervalle de définition sera indiqué. *Toute recherche d'ensembles de définition est exclue.*

Les premiers éléments de l'étude d'une fonction (parité, maximums, minimums, monotonie) ont été mis en place en seconde. Les activités sur les fonctions conduisent à introduire les notations  $f = g, \lambda f, f + g, f/g, g \circ f, f \geq 0, f \geq g$ .

Il n'y a pas lieu d'effectuer un exposé général sur les fonctions (statut mathématique du concept de fonction, notion d'ensemble de définition, opérations algébriques, composition, relation d'ordre).

Il faut s'assurer que les élèves connaissent les propriétés et la représentation graphique des fonctions usuelles telles que celles qui à  $x$  font correspondre :  $ax + b, x^2, x^3, \frac{1}{x}, \sqrt{x}$ .

## 2. DERIVATION

La dérivation constitue *l'objectif essentiel du programme d'analyse* de première ; cet objectif est double :

- Acquérir une bonne idée des *différents aspects de la dérivation en un point* ;
- Exploiter les énoncés du programme concernant les *fonctions dérivées* pour l'étude des fonctions ;

Il est important que les élèves puissent *pratiquer* la dérivation pendant une durée suffisante ; il convient donc d'aborder ce chapitre assez tôt dans l'année.

Le programme comporte aussi une approche de la notion de limite en 0 d'une fonction : il s'agit de permettre aux élèves d'acquérir une *première idée* de cette notion et de fournir un langage commode pour introduire la *dérivée*. Il n'y a pas lieu de s'attarder sur la notion de limite ; la définition de limite par  $(\varepsilon; \alpha)$  et la notion de continuité sont hors programme, de même que *tout exercice de recherche de limite*.

### a) Limite en 0 d'une fonction

Limite en 0 des fonctions  $b \mapsto b, b \mapsto b^2, b \mapsto b^3, b \mapsto \sqrt{b}$ .

Introduction de la notation  $\lim_{b \rightarrow 0} f(b)$  dans le cas d'une limite finie.

Dans ce cas, dire que  $\lim_{b \rightarrow 0} f(b) = L$  signifie aussi que

$\lim_{b \rightarrow 0} |f(b) - L| = 0$ , ou encore que  $f(b) = L + \varphi(b)$ , où

$\lim_{b \rightarrow 0} \varphi(b) = 0$ .

### b) Dérivation en un point

Approximation par une fonction affine, au voisinage de 0, des fonctions qui à  $b$  associent  $(1+b)^2, (1+b)^3, \frac{1}{1+b}, \sqrt{1+b}$  ; aspect géométrique.

Pour cette introduction, on s'appuiera sur des expérimentations numériques et graphiques portant sur les fonctions de référence ci-contre. Pour donner une idée du cas général on peut dire, par exemple, pour le cas où  $\lim_{b \rightarrow 0} f(b) = 0$  que  $|f(b)|$  est inférieur à  $10^{-1}, 10^{-2}, \dots, 10^{-9}, \dots, 10^{-p}, \dots$  dès que  $b$  est assez petit.

Il convient de combiner l'expérimentation (graphique et numérique) et le raisonnement ; on mettra en valeur sur quelques exemples l'influence de la taille de l'intervalle sur la qualité de l'approximation. On montrera aussi que cette étude permet d'approcher, par exemple,  $x \mapsto x^2$  au voisinage de 2. Sur les exemples étudiés, on n'hésitera pas à indiquer que des expressions telles que  $3b + b^2, \frac{b}{1+b}$  tendent vers 0 lorsque  $b$  tend vers 0 ; il est inutile de formuler des énoncés sur les limites relatifs à la comparaison et aux opérations sur les limites.

Lorsque, au voisinage de 0,  $f(a+b)$  peut s'écrire sous la forme  $f(a+b) = f(a) + Ab + b\phi(b)$ , avec  $\lim_{b \rightarrow 0} \phi(b) = 0$ , on dit que la fonction  $f$  admet  $A$  pour nombre dérivé au point  $a$  ;  
Aspect géométrique : tangente.  
Aspect mécanique : vitesse.

Limite en zéro du taux de variation  $\frac{f(a+b) - f(a)}{b}$ .

c) *Dérivation sur un intervalle. Fonction dérivée*

Dérivée d'une somme, d'un produit par une constante, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient.

Dérivée de  $x \mapsto x^n$  ( $n$  entier relatif) et de  $x \mapsto \sqrt{x}$ .

Dérivée de  $t \mapsto f(at+b)$ .

d) *Application à l'étude du comportement local et global des fonctions (résultats admis)*

Si  $f$  est dérivable sur  $I$  et admet un maximum local (ou un minimum local) en un point  $a$  distinct des extrémités de  $I$ , alors  $f'(a) = 0$ .

Si  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $I$  et si la dérivée  $f'$  est nulle sur  $I$ , alors  $f$  est constante sur  $I$ .

Si  $f$  est dérivable sur  $I$ , et si  $f'$  est positive sur  $I$ , alors  $f$  est croissante sur  $I$ .

Si  $f$  est dérivable sur  $[a;b]$ , où  $a < b$ , et si  $f'$  est à valeurs strictement positives sur  $]a;b[$ , alors  $f$  est strictement croissante sur  $[a;b]$  et, pour tout élément  $\lambda$  de  $]f(a);f(b)[$  l'équation  $f(x) = \lambda$  admet une solution et une seule dans  $]a;b[$ .

Énoncés analogues pour les fonctions décroissantes.

Le texte ci-contre suggère une démarche pour l'introduction du nombre dérivé ; le professeur peut adopter un autre choix. Quel que soit ce choix, il convient de mettre en valeur, à travers l'étude de quelques exemples simples, les différents aspects de cette notion mentionnés dans ce texte.

On prendra notamment des exemples issus de la mesure de grandeurs géométriques et physiques (aire, volume, puissance, intensité...) ou de la vie économique et sociale (populations, prix...).

L'étude de points singuliers, tels que  $x \mapsto |x|$  en 0 ou  $x \mapsto \sqrt{x}$  en 0, est hors programme.

Les élèves doivent connaître les règles de dérivation et savoir les appliquer à des exemples ne présentant aucune complication technique, tels que  $x + \frac{1}{x}$  ou

Pour les fonctions composées  $t \mapsto f(u(t))$ , le programme se limite au cas où  $u(t) = at + b$ . Les démonstrations de ces règles ne sont pas au programme.

La notation différentielle peut être donnée en liaison avec les autres matières, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible en mathématiques.

On mettra en valeur les interprétations graphiques des énoncés de ce paragraphe.

On observera d'abord que, si  $f$  est croissante sur  $I$ , alors  $f'$  est positive sur  $I$ .

## Travaux pratiques

Programmation des valeurs d'une fonction d'une variable.

Exemples d'étude de comportements de fonctions tels que : signe, variations, maximums et minimums, représentations graphiques dans un repère orthonormal (ou orthogonal).

Étude, sur des exemples numériques, de fonctions du type

$$x \mapsto ax^2 + bx + c, \quad x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d},$$

$$\text{ou } t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$$

Exemples de lecture de propriétés d'une fonction à partir de sa représentation graphique.

Exemples d'étude d'équations  $f(x) = \lambda$ .

Exemples d'études de situations décrites au moyen de fonctions (issues de la géométrie, des sciences physiques, de la biologie et de la vie économique et sociale...).

Résolution algébrique d'une équation du second degré.

Exemples d'études de phénomènes exponentiels discrets (suites géométriques) ou continus (fonctions exponentielles) issus des sciences biologiques ou de la vie économique et sociale.

Exemples de recherche de solutions approchées d'une équation numérique.

Exemples simples d'étude de phénomènes continus satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale menant à une équation du type  $y' = ay$

On exploitera largement des situations issues de la géométrie, des sciences physiques et de la technologie. Dans l'ensemble des travaux pratiques, il convient de combiner les différents outils du programme (majorations, encadrements, dérivation, emploi des calculatrices et des représentations graphiques) pour étudier des *fonctions de type varié*, telles que  $x^3 + 2x$ ,  $x + \frac{1}{x} - 2$ ,  $\frac{x}{x^2 + 1}$ , mais on évitera tout exemple présentant des difficultés techniques.

Certaines situations peuvent impliquer l'étude de branches infinies ; on se bornera à des exemples très simples, portant sur des fonctions homographiques ou telles que  $x \mapsto x + \frac{1}{x}$ .

Aucune connaissance sur les limites infinies, les limites à l'infini et les branches infinies n'est exigible des élèves.

L'étude de fonctions construites à partir des fonctions circulaires n'est pas un objectif du programme, de même que la fonction tangente.

L'exploitation d'une donnée graphique a un double intérêt : contrôler des résultats ; suggérer des propriétés, que l'on peut alors justifier si l'on dispose d'une étude de la fonction.

On s'attachera à interpréter les résultats (variations, signe, extremums...).

La forme canonique du trinôme est à relier à l'étude de la fonction associée. Toute étude introduisant des paramètres est exclue.

On pourra, sur des exemples, explorer quelques méthodes élémentaires ; mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible des élèves.

Ces situations seront choisies en liaison avec l'enseignement des autres disciplines.

## VI. PROGRAMME DE TERMINALE

Arrêté du 10 juin 1994

### I. Objectifs et capacités valables pour l'ensemble du programme

Ces objectifs et capacités sont définis dans la partie IV de l'annexe VI de la note de service n°94-192 du 30 juin 1994.(pages 6 et 7)

### II. Probabilités, statistique

Quelques notions de calcul des probabilités ont été introduites en première ; en terminale, on poursuit l'étude de *phénomènes aléatoires*. Comme en première, on s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement. Le programme se limite à des ensembles finis ; toute théorie formalisée est exclue et les notions de probabilité conditionnelle, d'indépendance, de probabilité produit et de variable aléatoire ne sont pas au programme.

Le programme de *statistique*, bien adapté aux objectifs de la section, fournit un terrain pour des activités interdisciplinaires et pour la consolidation des techniques élémentaires de calcul : *pourcentages, proportionnalité*, usage de fractions...

#### 1. PROBABILITES

Evénements disjoints (ou incompatibles), événement contraire, réunion et intersection de deux événements	Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'éléments disjoints, d'un événement contraire $\bar{A}$ , et savoir utiliser la formule reliant les probabilités de $A \cup B$ et $A \cap B$ .
--	---

#### 2. STATISTIQUE

Séries statistiques à deux variables quantitatives : tableaux d'effectifs, nuage de points associés, point moyen.	L'ajustement affine par moindres carrés et la corrélation linéaire ne sont pas au programme
---	---

#### Travaux pratiques

Exemples simples d'emploi de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à la description d'une expérience aléatoire.	L'étude du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme.
--	--

Exemples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux...).	On s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemple comportant des difficultés techniques de dénombrement.
--	---

Exemples d'étude de séries statistiques à une variable.	Les indicateurs de position et de dispersion permettent de comparer deux populations ou deux caractères d'une même population.
---	--

Exemples simples d'étude de séries statistiques à deux variables (croisement de deux caractères d'une population ; ajustement affine par des méthodes graphiques).	Les élèves doivent savoir représenter graphiquement un nuage de points et son point moyen. Pour un ajustement affine par des méthodes graphiques, toutes les indications utiles seront fournies.
--	---

### III. Analyse

Le programme d'analyse porte essentiellement sur les *fonctions*, ce qui permet d'étudier des situations *continues*.

L'objectif principal est *d'exploiter la pratique de la dérivation* pour l'étude globale et locale des fonctions usuelles et de fonctions qui sont construites à partir de celles-ci par des opérations simples. *Quelques problèmes majeurs* fournissent un terrain pour cette étude : variations, recherche d'extremums, équations et inéquations.

Les activités sur les fonctions ne sauraient se borner à des exercices portant sur des exemples donnés *a priori* ; il convient aussi d'étudier des *situations* issues des sciences biologiques et physiques et de la vie économique et sociale.

De même, on exploitera systématiquement les *interprétations graphiques* des notions et des résultats étudiés et les *problèmes numériques* qui sont liés à cette étude.

#### FONCTIONS NUMERIQUES : ETUDE LOCALE ET GLOBALE

Pour l'étude de ces fonctions, on s'appuiera conjointement sur les interprétations *graphiques* ( $y = f(x)$ ), *cinématiques* ( $x = f(t)$ ) et *biologiques* (évolution d'une population, d'un taux de concentration...).

Le programme se place dans le cadre des fonctions définies sur un intervalle. L'intervalle de définition sera indiqué. *Toute recherche d'ensembles de définition est exclue.*

Quelques énoncés sur les *limites* figurent au programme. Ils ne constituent pas un objectif en soi, mais visent seulement à faciliter, le cas échéant, l'étude du comportement aux bornes de l'intervalle et notamment du comportement asymptotique au voisinage  $+\infty$  ; on évitera de multiplier les exemples posés *a priori* et toutes les indications nécessaires doivent être données.

Pour la notion de limite, le point de vue adopté reste le même qu'en première ; les définitions par  $(\epsilon; A)$  ... sont hors programme. *La continuité en un point et la continuité sur un intervalle sont hors programme.*

#### a) Langage des limites

Les fonctions étudiées dans ce paragraphe sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ .

#### α) Introduction de la notation $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

Notion d'asymptote verticale.

Dire que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  signifie aussi que  $\lim_{b \rightarrow 0} f(a+b) = L$

#### β) Limite en $+\infty$ des fonctions :

$x \mapsto x, x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto \sqrt{x}$ .

Limite en  $+\infty$  des fonctions :

$x \mapsto \frac{1}{x}, x \mapsto \frac{1}{x^2}, x \mapsto \frac{1}{x^3}, x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

Introduction des notations  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

Notion d'asymptote horizontale.

#### γ) Dans le cas d'une limite finie $L$ , dire que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

signifie aussi que  $\lim_{x \rightarrow a} |f(x) - L| = 0$  ou encore

que  $f(x) = L + \varphi(x)$  où  $\lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = 0$ .

Les notions et les énoncés de ce paragraphe sont introduits à l'aide d'une approche numérique et graphique ; ils ne feront l'objet d'aucun développement théorique.

Lorsque  $a$  appartient à  $I$ , on s'appuiera sur le cas  $\lim_{b \rightarrow 0} g(b)$ , abordé en première.

On convient que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

On soulignera le fait que, par translation, l'étude d'une fonction  $x \mapsto f(x)$  au point  $a$  se ramène à l'étude de la fonction  $b \mapsto f(a+b)$  au point 0.

Pour cette introduction, on s'appuiera sur des expérimentations numériques et graphiques portant notamment sur les fonctions de référence ci-contre. Pour donner une idée du cas général, on peut dire, par exemple, que  $f(x)$  est supérieur à  $10, 10^2, \dots, 10^9, 10^p$ , dès que  $x$  est assez grand.

On dispose d'un énoncé analogue pour les limites en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .

b) *Opérations algébriques* (admis)

Limite de la somme de deux fonctions, du produit d'une fonction par une constante, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction, du quotient de deux fonctions.

Limite d'une fonction composée de la forme  $t \mapsto f(at + b)$

c) *Calcul différentiel*

Dérivation d'une fonction composée.

Application à la dérivation de fonctions de la forme  $u^n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ),  $\exp u$ ,  $\ln u$  ou de la forme  $t \mapsto f(at + b)$ .

*Primitives d'une fonction dérivable sur un intervalle :*

Définition. Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. Primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées.

d) *Fonctions usuelles*

Fonction logarithme népérien et fonction exponentielle ; notation  $\ln$  et  $\exp$ . Relation fonctionnelle, dérivation, comportement asymptotique. Nombre  $e$ , notation  $e^x$ . Définition de  $a^b$  ( $a$  strictement positif,  $b$  réel).

Fonctions puissances  $x \mapsto x^n$  ( $x$  réel et  $n$  entier) et  $x \mapsto x^\alpha$  ( $x$  strictement positif et  $\alpha$  réel). Dérivation.

Croissance comparée des fonctions de référence  $x \mapsto \exp(x)$ ,

$x \mapsto x^n$ ,  $x \mapsto \ln x$  au voisinage de  $+\infty$  :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\exp(x)}{x^n} = +\infty ;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \text{ (} n \text{ entier naturel non nul).}$$

e) *Equations différentielles*

Résolution de l'équation différentielle  $y' = ay$ , où  $a$  est un nombre réel : existence et unicité de la solution vérifiant une condition initiale donnée.

Ces énoncés doivent couvrir d'une part le cas des limites finies, d'autre part celui des limites infinies. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur étude et d'en donner une liste complète. Toute règle relative à des cas d'indétermination est hors programme.

La démonstration de cette règle n'est pas au programme

En dehors des cas ci-contre, les fonctions que l'on compose doivent être mentionnées explicitement

Pour les primitives et le calcul intégral, le programme se limite au cas des fonctions dérivables.

L'existence des primitives est admise.

Le mode d'introduction des fonctions  $\ln$  et  $\exp$  n'est pas imposé ; l'existence et la dérivabilité de ces fonctions peuvent être admises. Hormis les deux exemples de l'exponentielle et de la racine  $n$ -ième, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme.

Selon les besoins des autres disciplines, on pourra mentionner la fonction logarithme décimal  $x \mapsto \log x$ , mais aucune connaissance sur ce point n'est exigible des élèves en mathématiques.

Les élèves doivent avoir une bonne pratique des représentations graphiques des fonctions étudiées dans ce paragraphe et savoir en déduire celles des fonctions directement apparentées, telles que  $t \mapsto e^{at}$  et  $t \mapsto a^t$ .

En liaison avec l'enseignement de la biologie, on pourra être amené à résoudre l'équation différentielle  $y' = ay^2$ , où  $a$  est un nombre réel ; mais aucune connaissance n'est exigible des élèves à ce sujet en mathématiques.

### *Travaux pratiques*

Programmation des valeurs d'une fonction d'une variable.

Dans l'ensemble des travaux pratiques, on exploitera largement des situations issues des sciences biologiques.

Etude du sens de variation d'une fonction, recherche de son signe, recherche des extremums.

L'étude du signe de la dérivée ne doit présenter aucune difficulté.

Recherche de la limite d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle en  $+\infty$  ou en  $-\infty$ .

Pour l'étude des branches infinies, et notamment pour la mise en évidence d'asymptotes, on se limitera à des exemples très simples ; on montrera tout le parti qu'on peut tirer graphiquement de formes telles que  $x \mapsto a + g(x)$  ou  $x \mapsto ax + b + g(x)$  avec  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ .

Tracé de la courbe représentative d'une fonction

Pour l'obtention de telles formes toutes les indications utiles devront être fournies aux élèves.

Lecture de propriétés d'une fonction à partir de sa représentation graphique.

Etude d'équations  $f(x) = \lambda$  ou d'inéquations  $f(x) \leq \lambda$ .

Exemples d'études de phénomènes exponentiels discrets (suites géométriques) ou continus (fonctions exponentielles) issus des sciences biologiques ou de la vie économique et sociale.

Exemple de recherche de solutions approchées d'une équation numérique.

Exemples simples d'étude de phénomènes continus satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale menant à une équation du type  $y' = ay$

On pourra, sur des exemples, explorer quelques méthodes élémentaires ; mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible des élèves.

Ces situations seront choisies en liaison avec l'enseignement des autres disciplines.

## SERIE SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LABORATOIRE

### Spécialités : physique de laboratoire et de procédés industriels ; chimie de laboratoire et de procédés industriels

Des aménagements au programme de mathématiques du cycle terminal de la série STL ont été arrêtés le 9 août 2000 et publiés au BO hors série n°8 du 31 août 2000, volume 6, afin de prendre en compte le nouveau programme de seconde entré en application à la rentrée 2000.

**Première** (*spécialités : physique de laboratoire et de procédés industriels ; chimie de laboratoire et de procédés industriels*)

*Le texte de référence est le programme défini par l'arrêté du 27 mars 1991 (BO n° spécial 2 du 2 mai 1991 et repris, suite au changement de dénomination de la série F, dans le BO n° spécial 8 du 7 juillet 1994).*

- Pour l'étude des nombres complexes (chap. II.1.d et la trigonométrie (chap. III.2.e "Fonctions circulaires" et IV.1 "Calcul vectoriel dans le plan"), on développera la connaissance du cercle trigonométrique abordée en classe de 2<sup>e</sup> par le simple "enroulement" de  $\mathbb{R}$  sur le cercle trigonométrique ; on se limitera à une approche intuitive des angles orientés ; on établira les liens usuels entre les sinus et cosinus de  $x$ ,  $-x$ ,  $x + k2\pi$ ,  $\pi + x$ ,  $\pi - x$ ,  $\pi/2 - x$ , ...

- Dans le chapitre III : "Fonctions numériques", la fonction cube sera introduite à titre d'exemple et pourra devenir une nouvelle fonction usuelle.

- Dans le chapitre IV : "Géométrie", partie 1 : "Calcul vectoriel dans le plan", le premier paragraphe relatif au barycentre est remplacé par : "Entretien du calcul vectoriel en liaison avec les disciplines industrielles et la physique. La notion de barycentre pourra être abordée lors du traitement d'exemples."

**Terminale** (*spécialités : physique de laboratoire et de procédés industriels ; chimie de laboratoire et de procédés industriels*)

*Le texte de référence est le programme défini par l'arrêté du 27 mars 1991 (BO n° spécial 2 du 2 mai 1991 et repris, suite au changement de dénomination de la série F, dans le BO n° spécial 8 du 7 juillet 1994).*

Aucune modification.

## I. EXPOSE DES MOTIFS

### *Annexe VI de la note de service n°94-192 du 30 juin 1994*

Pour répondre à l'objectif national de formation d'un plus grand nombre de techniciens, d'ingénieurs et d'enseignants ayant une formation scientifique et technologique solide, on a voulu *poursuivre la politique d'ouverture des sections technologiques STL*, tout en offrant aux élèves une formation mathématique de qualité bien adaptée aux finalités des spécialités considérées.

#### *1. Les intentions majeures*

a) *Donner aux élèves une formation conçue en fonction de la poursuite d'études supérieures dans le domaine des sciences et techniques biologiques.* Pour favoriser un éventail assez large d'orientations, les contenus des programmes des deux spécialités sont assez voisins ; c'est au niveau du choix des thèmes étudiés qu'une diversification s'impose, en fonction des finalités propres à chacune des classes considérées. Pour la même raison, les contenus de plusieurs chapitres (notamment analyse, calcul vectoriel, probabilités) sont voisins de ceux de la série scientifique S, le niveau d'approfondissement étant bien entendu moins élevé, et les thèmes d'étude étant adaptés aux spécialités STL considérées. Enfin, on a voulu réaliser une meilleure continuité avec les objectifs des sections de techniciens supérieurs et des instituts universitaires de technologie.

b) *Entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique*, en développant conjointement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique.

c) *Insister sur l'importance du travail personnel* des élèves, tant en classe qu'à la maison, et sur le rôle formateur des activités de *résolution de problèmes*. Dans cette perspective, chaque chapitre comporte une rubrique de *travaux pratiques*.

d) *Développer les capacités d'organisation et de communication*, renforcer les objectifs *d'acquisition de méthodes* et promouvoir *l'unité de la formation* des élèves en exploitant les interactions entre les différentes parties du programme et entre les mathématiques et les autres disciplines.

e) *Pour atteindre ces objectifs* alors que les disciplines enseignées sont nombreuses et l'horaire global très lourd, *écarter les sujets* présentant de trop grandes difficultés conceptuelles et techniques au bénéfice d'une *meilleure solidité sur les points essentiels*. Dans cette perspective, le programme s'en tient à *un cadre et un vocabulaire théoriques modestes*, mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation mathématique solide.

f) *Pour chaque classe*, prendre en compte l'exigence de contenus présentant un intérêt pour *la formation de tous les élèves*. En particulier, dans les classes de *première d'adaptation*, il convient de mettre en place des mesures d'aide personnalisées en fonction de l'origine des élèves de façon à consolider et à compléter leurs acquis antérieurs, sans pour autant reprendre une étude systématique du programme de seconde.

g) *Dégager clairement les objectifs et les contenus du programme* en précisant les capacités requises ou non requises des élèves, dans le double but de mieux éclairer les professeurs et les élèves et de combattre l'inflation. En particulier, on a limité de façon stricte le niveau d'approfondissement à donner aux concepts, ainsi que le degré de technicité exigible des élèves pour certains problèmes.

#### *2. Quelques lignes directrices pour les contenus*

a) *En analyse*, le programme porte essentiellement sur l'exploitation du calcul différentiel et intégral pour l'étude des *fonctions*. Les *phénomènes exponentiels* continus ou discrets, les *problèmes numériques* et les *représentations graphiques*, ainsi que l'étude de *situations* issues des sciences et techniques jouent ici un rôle très important.

La formulation mathématique du concept de limite est hors programme ; l'unique objectif est d'acquérir une première idée de cette notion et de la faire fonctionner sur quelques exemples simples. Quelques notions sur les suites ont été introduites en terminale dans la spécialité « physique de laboratoire et de procédés industriels ».

b) *En géométrie*, il est essentiel de développer une *vision géométrique des problèmes* dans les différentes parties du programme, à travers l'étude des *configurations* usuelles du plan et de l'espace, l'emploi de *représentations* graphiques et le tracé des courbes planes.

Le *calcul vectoriel* et ses interventions constituent un autre objectif important ; le programme de première comporte l'étude du produit scalaire et quelques notions sur les barycentres (ces deux points ne sont plus au programme de seconde).

c) *En algèbre*, l'accent est mis sur la *résolution de problèmes* menant à des équations et des inéquations. Les *nombre complexes* fournissent un outil efficace pour l'algèbre, l'analyse et la géométrie plane ; leur étude tient une place plus importante dans la spécialité « physique de laboratoire et de procédés industriels ».

d) *En probabilités*, on a voulu prendre en compte l'importance croissante des *phénomènes aléatoires* dans toutes les sciences et de leur place dans l'enseignement européen. Dans cet esprit, et afin de permettre une maturation convenable des concepts probabilistes, le programme de première comporte une brève introduction à ces questions, dont l'étude est poursuivie en terminale. Cette introduction s'appuie sur l'étude des séries statistiques à une variable, dont la synthèse est au programme de seconde.

## II. ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT ET DU TRAVAIL DES ELEVES

### 1. *Le cadre général*

L'horaire hebdomadaire des classes de première STL est de quatre heures (3 + 1) pour la spécialité « physique de laboratoire et de procédés industriels », et de trois heures pour la spécialité « chimie de laboratoire et de procédés industriels ». . Pour ces deux spécialités, en première, les élèves suivent obligatoirement en plus un enseignement modulaire d'une heure hebdomadaire en mathématiques qui peut faire l'objet d'une répartition non uniforme sur l'année scolaire.

En terminale STL, l'horaire hebdomadaire est de quatre heures (2 + 2) pour les deux spécialités.

Il est essentiel d'assurer un *bon équilibre entre les différentes parties du programme*, en ne perdant pas de vue que l'analyse doit tenir une place importante, aussi bien en première qu'en terminale. De même, il est important de choisir une *progression* permettant une *maturation des nouveaux concepts*. En particulier, il convient d'aborder les points essentiels du programme, afin de les faire fonctionner de façon efficace et de les approfondir de façon progressive, et de ne pas bloquer en fin d'année des sujets nécessitant une démarche spécifique (par exemple, la géométrie ou le calcul des probabilités).

Le texte du programme définit les objectifs, précise les connaissances et savoir-faire que les élèves doivent acquérir et délimite le champ des problèmes à étudier, mais chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement.

Toutes les indications mentionnées dans ce texte *valent pour l'ensemble des épreuves d'évaluation*, y compris celles du baccalauréat ; en cas de doute, l'interprétation minimale doit prévaloir. Les programmes de terminale et de première forment un tout ; dans chaque classe, les activités de résolution d'exercices et de problèmes fourniront un *champ de fonctionnement* pour les capacités acquises dans les classes antérieures et permettront, en cas de besoin, de consolider ces acquis ; on évitera en revanche les révisions systématiques. Pour faciliter cette articulation pour chaque classe, les différentes rubriques du programme comportent quelques indications sur la continuité des objectifs poursuivis.

### 2. *Objectifs et fonctions des différents types d'activité*

#### A) ORGANISATION DU TRAVAIL DE LA CLASSE

Deux objectifs essentiels sont à poursuivre :

- Entraîner les élèves à *l'activité scientifique* et promouvoir *l'acquisition de méthodes* : la classe de mathématiques est d'abord un lieu de *découverte, d'exploitation de situations, de réflexion et de débat* sur les démarches suivies et les résultats obtenus, de *synthèse* dégagant clairement *quelques* idées et méthodes essentielles et mettant en valeur leur portée.

- Développer les *capacités de communication* : qualité d'écoute et d'expression orale, de lecture et d'expression écrite (prise de notes, mise au point de la rédaction d'un énoncé ou d'un raisonnement...).

Dans cette perspective, la *résolution de problèmes* et *l'étude de situations* occupent une *part importante* du temps de travail. En particulier, il convient d'articuler la mise en place de contenus nouveaux avec l'étude de situations assez riches, qui peuvent, selon les questions étudiées, servir de motivation, fournir des secteurs d'intervention, ou constituer le support même pour cette mise en place. *La synthèse*, qui constitue le cours proprement dit, est *indispensable* mais doit être *brève* : elle porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître et savoir utiliser, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu.

Bien entendu, le choix d'une stratégie pour la mise en place de notions, de résultats et d'outils nouveaux ne saurait être uniforme : l'analyse des concepts à étudier et de leur articulation avec le champ des problèmes à résoudre, les acquis antérieurs des élèves, la simplicité, l'efficacité... sont autant de facteurs à prendre en compte.

## B) ORGANISATION DU TRAVAIL PERSONNEL DES ELEVES

*La résolution d'exercices et de problèmes* doit aussi jouer un rôle central dans les travaux proposés aux élèves. Pour leur choix, il est utile de se poser quelques questions. Font-ils appel aux seules capacités requises des élèves ? Sinon, les élèves disposent-ils des indications utiles pour les résoudre ? Leur contexte mathématique est-il compréhensible par un élève de la classe considérée ? Leur résolution a-t-elle valeur de méthode ?

Les travaux effectués en dehors du temps d'enseignement à *la maison ou au lycée*, ont des fonctions diversifiées :

- *La résolution d'exercices d'entraînement*, combinée avec l'étude du cours, permet aux élèves d'affermir leurs connaissances de base et d'évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples.
- *L'étude de situations plus complexes*, sous forme de préparation d'activités en classe ou de problèmes à résoudre et à rédiger, alimente le *travail de recherche*, individuel ou en équipe, et permet aux élèves d'évaluer leur capacité à *mobiliser leurs connaissances* dans des secteurs variés.
- *Les travaux individuels de rédaction* (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, rapport de synthèse sur un thème d'étude ; analyse critique d'un texte...) visent essentiellement à développer des *capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite* ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être *fréquents*, mais leur *longueur* doit rester *raisonnable*.
- *Les devoirs de contrôle, peu nombreux*, combinent des exercices d'application directe du cours et des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté progressive et permettant aux élèves de vérifier leurs résultats. *Les capacités à mettre en œuvre ne doivent en aucun cas dépasser les exigences mentionnées dans le programme.* Ils doivent être suffisamment *courts* pour permettre à la grande majorité des élèves d'étudier l'ensemble des questions posées et de *rédiger posément* une solution.
- *L'exploitation de documents*, individuelle ou en équipe, contribue au développement des capacités d'expression écrite (rédaction d'un rapport) ou orale (mise au point d'un exposé).

### 3. Evaluation, orientation

Il convient de *développer les capacités de chaque élève* et de *l'aider à préciser son projet de formation et à le réaliser*. Tout au long des deux années, *la communication des objectifs* à atteindre et la mise en œuvre de *formes diversifiées* d'évaluation peuvent aider efficacement les élèves à progresser, à se situer et à effectuer un choix d'orientation. D'autre part, il est souhaitable que des mesures d'aide aux élèves puissent être mises en place pour leur permettre de réaliser leur projet d'orientation dans de bonnes conditions.

## III. PRESENTATION DU TEXTE DU PROGRAMME

1. *Ce texte comporte trois parties, numérotées IV, V et VI :*

- La partie IV définit les objectifs et les capacités *valables pour l'ensemble des classes* de première et terminale STL considérées. Cette partie figure donc au programme de *chacune* de ces classes, ce qui est rappelé en tête des parties V et VI.
- La partie V fixe le programme de première.
- La partie VI fixe le programme de terminale.

2. *Chaque chapitre des parties V et VI comporte :*

- Un *bandeau* définissant les objectifs essentiels de ce chapitre et délimitant le cadre général d'étude des notions relatives à ce chapitre.
- Un texte en deux colonnes : *à gauche*, sont fixés les connaissances et savoir-faire de base figurant au programme ; *à droite*, un commentaire précise le sens ou les limites à donner à certaines questions, et repère le cas échéant l'interaction du sujet étudié avec d'autres figurant au programme.
- Une rubrique de *travaux pratiques* en deux colonnes : *à gauche*, figure le champ des problèmes et des techniques que les élèves ont à étudier ; *à droite*, un commentaire fournit des repères pour le niveau d'approfondissement de cette étude.
- Enfin le programme de terminale comporte *un formulaire officiel*, que les élèves apprendront à utiliser pendant l'année et qui est mis à leur disposition pour les épreuves du baccalauréat. Ce formulaire fait l'objet d'une note de service publiée au *Bulletin officiel* de l'Education nationale.

3. En ce qui concerne les connaissances et savoir-faire, on a délimité, d'une part, ceux que les élèves doivent acquérir et, d'autre part, ceux qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables. Pour ces dernières, il est souvent précisé que « toutes les indications utiles doivent être fournies aux élèves » ou que « des indications doivent être données sur la méthode à suivre » : ceci est valable pour tous les travaux non encadrés par le professeur, et notamment pour les épreuves d'évaluation.

En particulier les travaux pratiques sont de deux sortes : les uns mettent en œuvre des techniques classiques et bien délimitées, dont la maîtrise est exigible des élèves. Les autres, qui portent la mention « Exemples de » (ce sont les plus nombreux), visent à développer un savoir-faire ou à illustrer une idée : les élèves devront, au terme de l'année, avoir une certaine familiarité avec le type de problème considéré, mais aucune connaissance spécifique ne peut être exigée à leur propos et toutes les indications utiles doivent être fournies aux élèves.

4. En outre, pour éviter toute ambiguïté sur les limites du programme et lutter contre l'inflation, il est indiqué que certains sujets sont « hors programme » (ce qui signifie qu'ils n'ont pas à être abordés au niveau considéré) ou « ne sont pas un objectif du programme » (ce qui signifie qu'ils peuvent être abordés à propos de l'étude d'une situation, mais ne doivent faire l'objet ni d'une étude systématique ni de capacités exigibles des élèves). De même, il est précisé pour certains sujets que « toute virtuosité technique est exclue », ou encore qu'il faut se limiter à des « exemples simples », voire « très simples ».

Pour les démonstrations indiquées comme « non exigibles », le professeur est laissé juge de l'opportunité de les faire, d'en donner une esquisse, ou d'admettre le résultat, tout en maintenant un bon équilibre entre ces différentes possibilités. La mention « admis » signifie que la démonstration est hors programme.

## IV. OBJECTIFS ET CAPACITES VALABLES POUR L'ENSEMBLE DU PROGRAMME

### 1. REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES

Les représentations graphiques tiennent une place importante : en effet, outre leur intérêt propre, elles permettent de donner un contenu intuitif et concret aux objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme ; leur mise en œuvre développe aussi les qualités de soin et de précision et met l'accent sur des réalisations combinant une compétence manuelle et une réflexion théorique.

Plus largement, on développera une vision géométrique des problèmes notamment en analyse, car la géométrie met au service de l'intuition et de l'imagination son langage et ses procédés de représentation.

### 2. PROBLÈMES NUMÉRIQUES

Les problèmes et méthodes numériques sont largement exploités, car ils jouent un rôle essentiel dans la compréhension de nombreuses notions mathématiques et dans les différents secteurs d'intervention des mathématiques ; ils permettent aussi d'entraîner les élèves à combiner l'expérimentation et le raisonnement en mathématiques et concourent au développement des qualités de soin et de rigueur.

### 3. PROBLÈMES ALGORITHMIQUES

Dans l'ensemble du programme, il convient de mettre en valeur les aspects algorithmiques des problèmes étudiés. On explicitera ce type de démarche sur quelques exemples simples : construction et mise en forme d'algorithmes, comparaison de leurs performances pour le traitement d'un même problème ; mais aucune connaissance spécifique sur ces questions n'est exigible des élèves.

### 4. EMPLOI DES CALCULATRICES

L'emploi des calculatrices en mathématiques a pour objectif, non seulement d'effectuer des calculs, mais aussi de contrôler des résultats, d'alimenter le travail de recherche et de favoriser une bonne approche de l'informatique.

Les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice programmable dans les situations liées au programme de la classe considérée. Cet emploi combine les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base et sont seules exigibles :

- Savoir effectuer les opérations arithmétiques sur les nombres et savoir comparer des nombres ;
- Savoir utiliser les touches des fonctions qui figurent au programme de la classe considérée et savoir programmer le calcul des valeurs d'une fonction d'une variable permis par ces touches ;
- Savoir programmer une instruction séquentielle ou conditionnelle et, en classe terminale, une instruction itérative, comportant éventuellement un test d'arrêt.

Il est conseillé de disposer d'un modèle dont les caractéristiques répondent aux spécifications et aux objectifs précédents et comportant, en vue de l'emploi dans les autres disciplines et dans les études supérieures, les fonctions statistiques (à une ou deux variables). En revanche, les écrans graphiques ne sont pas demandés.

## 5. IMPACT DE L'INFORMATIQUE

La mise en valeur des aspects algorithmiques et l'emploi des calculatrices programmables ont été évoqués ci-dessus ; il convient aussi d'utiliser les *matériels informatiques* existant dans les établissements, notamment à travers l'exploitation des *systèmes graphiques* (écrans, tables traçantes) et d'habituer les élèves, sur des exemples simples, à rédiger des *programmes* de manière méthodique, mais *aucune capacité n'est exigible* des élèves dans ce domaine.

## 6. UNITÉ DE LA FORMATION

Il est important que de nombreux travaux fassent *intervenir simultanément des parties diverses du programme* pour en faire ressortir l'unité (activités géométriques et algébriques relatives aux fonctions, articulation entre géométrie du plan et de l'espace...). Dans cette perspective, *l'enseignement des mathématiques est aussi à relier à celui des autres disciplines* sous deux aspects principaux: *organisation concertée* des activités d'enseignement afin que, en particulier, l'ordre dans lequel les différentes parties du programme sont abordées tiennent compte, dans la mesure du possible, des besoins des autres enseignements ; *étude de situations* issues de ces disciplines, comprenant une phase de modélisation et une phase d'interprétation des résultats (le programme fournit quelques repères à ce sujet). En ce domaine, toutes indications nécessaires doivent être données aux élèves et les seules capacités exigibles sont celles qui figurent explicitement au programme de mathématiques.

## 7. FORMATION SCIENTIFIQUE

*Les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique*, loin d'être incompatibles, doivent être développées de pair : formuler un problème, conjecturer un résultat, expérimenter sur des exemples, bâtir une démonstration, mettre en œuvre des outils théoriques, mettre en forme une solution, contrôler les résultats obtenus, évaluer leur pertinence en fonction du problème posé, ne sont que des moments différents d'une même activité mathématique. Dans ce contexte, la clarté et la précision des raisonnements, la qualité de l'expression écrite et orale constituent des objectifs importants. Cependant, la maîtrise du raisonnement et du langage mathématique doit être placée dans une perspective de *progression*. *On se gardera donc de toute formalisation excessive*, aussi bien pour les énoncés que pour les démonstrations. En particulier, le *vocabulaire* et les *notations* ne sont pas imposés *a priori* ; ils s'introduisent en cours d'étude selon un critère d'utilité.

## 8. RAISONNEMENT, VOCABULAIRE ET NOTATIONS

On entraînera les élèves à la *pratique* des modes usuels de *raisonnement*. Les élèves doivent connaître et peuvent utiliser les symboles  $\Rightarrow$  et  $\Leftrightarrow$ , mais il convient d'éviter tout recours systématique à ces symboles. *Tout exposé de logique mathématique est exclu*. L'étude de certaines situations peut comporter un *raisonnement par récurrence* ; aucune connaissance sur ce point n'est exigible des élèves.

Enfin, on aura le souci de se limiter à un *vocabulaire modeste* et à *quelques notations simples*, qui sont indiqués dans les différents chapitres.

## V. PROGRAMME DE PREMIERE

Arrêté du 27 mars 1991

(BO spécial 2 tome II du 2 mai 1991)

### I. Objectifs et capacités valables pour l'ensemble du programme

Ces objectifs et capacités sont définis dans la partie IV de l'annexe VI de la note de service n°94-192 du 30 juin 1994 (voir pages 6 et 7)

### II. Algèbre, probabilités

#### 1. ALGÈBRE

Le programme vise à mobiliser et compléter les capacités acquises en seconde.

La résolution de problèmes, issus de la géométrie, de l'étude des fonctions, de la gestion de données, des autres disciplines et de la vie courante constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. On dégagera sur les exemples étudiés les différentes phases du traitement d'un problème : mise en équation, résolution, contrôle et exploitation des résultats.

Dans cette perspective, il convient de répartir les activités tout au long de l'année. Les travaux s'articulent suivant trois axes :

- Consolider les techniques élémentaires de calcul : *pourcentage, proportionnalité*, usage de fractions ;
- Consolider la *pratique conjointe du calcul littéral et du calcul numérique*, en relation étroite avec l'étude des fonctions ;
- Poursuivre l'étude des *équations et inéquations à une inconnue* et des *systèmes d'équations et inéquations linéaires*.

Il convient d'exploiter conjointement les aspects graphiques, numériques et algébriques, ainsi que l'étude de variations de fonctions ; les activités doivent combiner les expérimentations graphiques et numériques avec les justifications adéquates. Pour toutes ces questions, l'emploi des calculatrices est un outil efficace.

En ce qui concerne les *suites*, il s'agit d'un premier contact. L'objectif principal est de familiariser les élèves avec la *description de situations discrètes simples* conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.

Les *nombre complexes* sont introduits pour en permettre l'utilisation dès la classe de première, notamment dans la spécialité « physique de laboratoire et de procédés industriels » où les activités à ce sujet doivent tenir une place assez large en liaison avec l'enseignement de l'électricité et de l'électronique.

Programme	Commentaires
a) <i>Fonctions polynômes</i> : si une fonction polynôme est nulle, tous ses coefficients sont nuls (résultat admis).	Les fonctions polynômes sont plus simplement appelées polynômes ; la notion de polynôme en tant qu'objet formel est hors programme.
Factorisation par $(x - a)$ d'un polynôme s'annulant en un point $a$ .	Pour les factorisations, les élèves peuvent procéder par identification ; ils peuvent aussi employer d'autres méthodes, mais aucune connaissance spécifique sur de telles méthodes n'est exigible.
b) <i>Polynômes du second degré</i> Forme canonique, discriminant ; application à la résolution de l'équation et à l'étude de la fonction (symétrie, variations, signe). Somme et produit des racines	Il convient d'éviter le recours aux formules générales de résolution lorsque la factorisation est immédiate.
c) <i>Suites arithmétiques, suites géométriques</i> Suites arithmétiques et géométriques définies respectivement par $u_{n+1} = u_n + a$ et $u_{n+1} = bu_n$ et une valeur initiale $u_0$ . Expression du terme de rang $p$ . Calcul de $1 + 2 + \dots + n$ et de $1 + b + b^2 + \dots + b^n$ .	L'étude générale des suites et la notion de convergence sont en dehors du programme.

d) *Nombres complexes*

Sommes  $a + bi$ , où  $i^2 = -1$  ; égalité, somme, produit, conjugué, inverse. Représentation géométrique, affixe d'un point, d'un vecteur.

Module et argument : interprétation géométrique.

Passage de la forme algébrique à la forme trigonométrique et inversement.

Les élèves doivent connaître les deux  $a + bi$  et  $a + bj$ , cette dernière étant utilisée en électricité.

La résolution dans  $\mathbb{C}$  de l'équation du second degré, y compris l'équation  $z^2 = a$ , n'est pas au programme. On pourra indiquer les propriétés du module et de l'argument d'un produit ou d'un quotient qui sont utilisées en sciences physiques, mais l'exploitation de ces propriétés n'est pas au programme de mathématiques de première.

### *Travaux pratiques*

Exemples d'étude de situations conduisant à une équation ou à une inéquation à une inconnue, ou à un système d'équations ou inéquations linéaires à coefficients numériques.

Pour l'ensemble des travaux pratiques de ce paragraphe, on évitera de multiplier les exemples posés *a priori* et on se gardera de tout excès de technicité. On choisira autant que possible des situations issues de la géométrie, de la physique, de la technologie... Certaines de ces situations comportent de façon naturelle des paramètres : on pourra alors étudier leur influence, mais on se bornera à des cas très simples comportant une seule inconnue. Toute étude introduisant *a priori* des paramètres est exclue.

Calculs sur les polynômes d'une variable (développements, factorisations).

Pour les factorisations, on se limitera à des polynômes de faible degré ; si le degré excède deux, des indications sur la méthode à suivre doivent être fournies.

Exemples de mise en œuvre de méthodes pour résoudre des systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques (méthode de Gauss, combinaisons linéaires).

Il convient de se limiter à des systèmes de taille très modeste. La méthode du pivot de Gauss est à pratiquer sur des exemples, mais sa description générale n'est pas au programme.

Résolution numérique et étude graphique de systèmes d'équations ou inéquations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques.

Exemples d'étude de situations conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques (radioactivité, prêts, évolution de populations...).

Exemples de calculs sur les nombres complexes.

On évitera toute technicité dans les exercices de calcul trigonométrique.

## 2. PROBABILITES

Au collège et en seconde, les élèves ont étudié la description de séries statistiques à une variable. Le programme de première comporte un premier contact avec les probabilités. L'objectif est d'entraîner les élèves à *décrire quelques expériences aléatoires* simples, et à *calculer des probabilités*. On évitera tout développement théorique. Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'étude de séries statistiques obtenues par répétition d'une expérience aléatoire, en soulignant les propriétés des fréquences et la relative stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque cette expérience est répétée un grand nombre de fois. La description d'expériences aléatoires amène aussi à organiser des données : on se limitera à *quelques* exemples permettant de mettre en valeur les idées, mais ne comportant pas de difficultés combinatoires.

Il est important que les élèves puissent se familiariser avec les probabilités pendant une durée suffisante ; l'étude de ce chapitre ne doit pas être bloquée en fin d'année.

Événements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement est définie par addition de probabilités d'événements élémentaires. Événements disjoints (ou incompatibles), événement contraire, réunion et intersection de deux événements.  
Cas où les événements élémentaires sont équiprobables.

Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini. Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire  $\bar{A}$ , et savoir utiliser la formule reliant les probabilités de  $A \cup B$  et de  $A \cap B$ . Les notions de probabilité conditionnelle, d'indépendance, de probabilité produit et de variable aléatoire ne sont pas au programme

### Travaux pratiques

Exemples simples d'emplois de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à la description d'une expérience aléatoire.  
Exemples simples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux...).

L'étude du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme.  
On s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemples comportant de difficultés techniques de dénombrement.  
Dans certaines situations, par exemple l'étude de caractères d'une population, les événements élémentaires ne sont pas donnés *a priori* ; on les construit en effectuant une partition de la population.

## III. Fonctions numériques

Le programme est organisé autour de deux objectifs principaux :

- Exploiter la *dérivation* pour l'étude locale et globale des fonctions ;
- Acquérir une *bonne maîtrise des fonctions usuelles* indiquées dans le programme et un certain savoir-faire, toutes les indications utiles étant fournies, pour l'étude de fonctions qui sont construites à partir de celles-ci par des opérations simples.

Comme en seconde, on mettra en valeur l'utilité du concept de fonction pour l'étude des *phénomènes continus* ; on exploitera largement des situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale, en marquant les différentes phases : modélisation, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats.

Le programme combine les *études qualitatives* (croissance, allure des représentations graphiques...) avec les *études quantitatives* (majorations, recherche de maximums, approximation d'un nombre à une précision donnée...). On exploitera systématiquement les *interprétations graphiques* et les *problèmes numériques*

### 1. COMPORTEMENT GLOBAL D'UNE FONCTION

Pour l'étude des fonctions, on s'appuiera conjointement sur les interprétations *graphiques* ( $y = f(x)$ ), *cinématiques* ( $x = f(t)$ ), et *électriques* (signaux relatifs à l'évolution d'une intensité, d'une différence de potentiel...).

Comme en seconde, le programme se place dans le cadre des *fonctions définies sur un intervalle*. Dans certains exemples, l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles ; on se ramène alors à une étude portant sur chacun de ces intervalles. L'intervalle de définition sera indiqué. *Toute recherche a priori d'ensembles de définition est exclue.*

Les premiers éléments de l'étude d'une fonction (parité, maximums, minimums, monotonie) ont été mis en place en seconde. Les activités sur les fonctions conduisent à introduire les notations  $f = g, \lambda f, f + g, fg, g \circ f, f \geq 0, f \geq g$ , et à définir la restriction d'une fonction à un intervalle.

Il n'y a pas lieu d'effectuer un exposé général sur les fonctions (statut mathématique du concept de fonction, notion d'ensemble de définition, opérations algébriques, composition, relation d'ordre). Il faut s'assurer que les élèves connaissent les propriétés et la représentation graphique des fonctions usuelles telles que celles qui à  $x$  font correspondre :

$$ax + b, x^2, x^3, \frac{1}{x}, \sqrt{x}.$$

Les élèves doivent connaître et savoir utiliser les règles donnant le sens de variation d'une fonction composée de deux fonctions monotones.

## 2. DERIVATION

La dérivation constitue *l'objectif essentiel du programme d'analyse* de première ; cet objectif est double :

- Acquérir une bonne idée des *différents aspects de la dérivation en un point* ;
- Exploiter les énoncés du programme concernant les *fonctions dérivées* pour l'étude des fonctions ;

Il est important que les élèves puissent *pratiquer* la dérivation pendant une durée suffisante ; il convient donc d'aborder ce chapitre assez tôt dans l'année.

Le programme comporte aussi une approche de la notion de limite en 0 d'une fonction : il s'agit de permettre aux élèves d'acquérir une *première idée* de cette notion et de fournir un langage commode pour introduire la *dérivée*. Il n'y a pas lieu de s'attarder sur la notion de limite ; la définition de limite par  $(\epsilon; \alpha)$  et la notion de continuité sont hors programme, de même que *tout exercice de recherche de limite*.

### a) Limite en 0 d'une fonction

Limite en 0 des fonctions  $b \mapsto b, b \mapsto b^2, b \mapsto b^3, b \mapsto \sqrt{b}$ .

Introduction de la notation  $\lim_{b \rightarrow 0} f(b)$  dans le cas d'une limite finie.

Dans ce cas, dire que  $\lim_{b \rightarrow 0} f(b) = L$  signifie aussi que

$$\lim_{b \rightarrow 0} |f(b) - L| = 0, \text{ ou encore que } f(b) = L + \varphi(b), \text{ où } \lim_{b \rightarrow 0} \varphi(b) = 0.$$

### b) Dérivation en un point

Approximation par une fonction affine, au voisinage de 0, des fonctions qui à  $b$  associent  $(1+b)^2, (1+b)^3, \frac{1}{1+b}, \sqrt{1+b}$  ; aspect géométrique.

Lorsque, au voisinage de 0,  $f(a+b)$  peut s'écrire sous la forme  $f(a+b) = f(a) + Ab + b\varphi(b)$ , avec  $\lim_{b \rightarrow 0} \varphi(b) = 0$ , on

dit que la fonction  $f$  admet  $A$  pour nombre dérivé au point  $a$  ;

Aspect géométrique : tangente.

Aspect mécanique : vitesse.

Limite en zéro du taux de variation  $\frac{f(a+b) - f(a)}{b}$ .

Equation cartésienne de la tangente au point d'abscisse  $a$ .

Pour cette introduction, on s'appuiera sur des expérimentations numériques et graphiques portant sur les fonctions de référence ci-contre. Pour donner une idée du cas général on peut dire, par exemple, pour le cas où  $\lim_{b \rightarrow 0} f(b) = 0$

que  $|f(b)|$  est inférieur à  $10^{-1}, 10^{-2}, \dots, 10^{-9}, \dots, 10^{-p}, \dots$  dès que  $b$  est assez petit.

Il convient de combiner l'expérimentation (graphique et numérique) et le raisonnement ; on mettra en valeur sur quelques exemples l'influence de la taille de l'intervalle sur la qualité de l'approximation. On montrera aussi que cette étude permet d'approcher, par exemple,  $x \mapsto x^2$  au voisinage de 2. Sur les exemples étudiés, on n'hésitera pas à indiquer que des expressions telles que  $3b + b^2, \frac{b}{1+b}$  tendent vers 0 lorsque  $b$  tend vers 0 ; il est inutile de formuler des énoncés sur les limites relatifs à la comparaison et aux opérations sur les limites.

Le texte ci-contre suggère une démarche pour l'introduction du nombre dérivé ; le professeur peut adopter un autre choix. Quel que soit ce choix, il convient de mettre en valeur, *à travers l'étude de quelques exemples simples*, les différents aspects de cette notion mentionnés dans ce texte.

On prendra notamment des exemples issus de la mesure de grandeurs géométriques et physiques (aire, volume, puissance, intensité...) ou de la vie économique et sociale (populations, prix...).

L'étude de points singuliers, tels que  $x \mapsto |x|$  en 0 ou  $x \mapsto \sqrt{x}$  en 0, est hors programme.

On observera que, pour construire la tangente, il suffit de connaître son coefficient directeur, c'est-à-dire  $f'(a)$  ; le recours à l'équation cartésienne est inutile.

c) *Dérivation sur un intervalle. Fonction dérivée*

Dérivée d'une somme, d'un produit par une constante, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient.

Dérivée de  $x \mapsto x^n$  ( $n$  entier relatif) et de  $x \mapsto \sqrt{x}$ .

Dérivée de  $t \mapsto f(at+b)$ .

d) *Application à l'étude du comportement local et global des fonctions (résultats admis)*

Si  $f$  est dérivable sur  $I$  et admet un maximum local (ou un minimum local) en un point  $a$  distinct des extrémités de  $I$ , alors  $f'(a) = 0$ .

Si  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $I$  et si la dérivée  $f'$  est nulle sur  $I$ , alors  $f$  est constante sur  $I$ .

Si  $f$  est dérivable sur  $I$ , et si  $f'$  est positive sur  $I$ , alors  $f$  est croissante sur  $I$ .

Si  $f$  est dérivable sur  $[a;b]$ , où  $a < b$ , et si  $f'$  est à valeurs strictement positives sur  $]a;b[$ , alors  $f$  est strictement croissante sur  $[a;b]$  et, pour tout élément  $\lambda$  de  $]f(a);f(b)[$  l'équation  $f(x) = \lambda$  admet une solution et une seule dans  $]a;b[$ .

Énoncés analogues pour les fonctions décroissantes.

e) *Fonctions circulaires*

Étude des fonctions  $x \mapsto \sin x$  et  $x \mapsto \cos x$  : dérivée, sens de variation.

Équations  $\cos x = a$ ,  $\sin x = a$ .

Les élèves doivent connaître les règles de dérivation et savoir les appliquer à des exemples ne présentant aucune complication technique, tels que  $x + \frac{1}{x}$  ou  $\frac{x}{x^2+1}$ , ou encore

$x(x-1)^2$ . Pour les fonctions composées  $t \mapsto f(u(t))$ , le programme se limite au cas où  $u(t) = at+b$ . Les démonstrations de ces règles ne sont pas au programme. La notation différentielle peut être donnée en liaison avec les autres matières, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible en mathématiques.

En liaison avec l'enseignement des autres disciplines, on habituera les élèves à lire le tableau des dérivées dans les deux sens, en employant le langage des primitives, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible en mathématiques.

On mettra en valeur les interprétations graphiques et cinématiques des énoncés de ce paragraphe. On pourra mettre en évidence l'utilité des hypothèses à l'aide de quelques contre-exemples très simples illustrés par des graphiques.

On observera d'abord que, si  $f$  est croissante sur  $I$ , alors  $f'$  est positive sur  $I$ .

On s'aidera de l'interprétation des résultats sur le cercle trigonométrique. On admet la valeur des dérivées des fonctions sinus et cosinus.

## Travaux pratiques

Programmation des valeurs d'une fonction d'une variable.

Exemples d'étude de comportements de fonctions tels que : signe, variations, maximums et minimums, représentations graphiques dans un repère orthonormal (ou orthogonal).

Étude, sur des exemples numériques, de fonctions du type

$$x \mapsto ax^2 + bx + c, \quad x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d},$$

$$x \mapsto \sqrt{ax + b} \text{ ou } t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$$

Exemples simples d'obtention de la représentation graphique de fonctions telles que  $f + \lambda$ ,  $\lambda f$ ,  $f(x + \lambda)$ ,  $f(\lambda x)$ ,  $|f|$ , à partir de celle d'une fonction  $f$ .

Exemples de lecture de propriétés d'une fonction à partir de sa représentation graphique.

Exemples d'étude d'équations  $f(x) = \lambda$ , ou d'inéquations  $f(x) \leq \lambda$ .

Exemples d'études de situations décrites au moyen de fonctions (issues de la géométrie, des sciences physiques, de la technologie et de la vie économique et sociale...).

On exploitera largement des situations issues de la géométrie, des sciences physiques et de la technologie. Dans l'ensemble des travaux pratiques, il convient de combiner les différents outils du programme (majorations, encadrements, dérivation, emploi des calculatrices et des représentations graphiques) pour étudier des *fonctions de type varié*, telles que  $x^3 + 2x$ ,

$$x + \frac{1}{x} - 2, \quad \frac{x}{x^2 + 1}$$

mais on évitera tout exemple présentant des difficultés techniques tels que  $\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$ ,  $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$  ou

$$\frac{\sqrt{x+1}}{x}.$$

Certaines situations peuvent impliquer l'étude de branches infinies ; on se bornera à des exemples très simples, portant sur des fonctions homographiques ou telles que  $x \mapsto x + \frac{1}{x}$ .

Aucune connaissance sur les limites infinies, les limites à l'infini et les branches infinies n'est exigible des élèves.

L'étude de fonctions construites à partir des fonctions circulaires n'est pas un objectif du programme, de même que la fonction tangente.

Cette étude ne concerne que la spécialité « physique de laboratoire et de procédés industriels », où elle sera interprétée en termes de signaux  $t \mapsto f(t)$ , en liaison avec l'enseignement de l'électronique. Tout exposé général est exclu ; c'est à travers l'étude de quelques exemples (paraboles, hyperboles, sinusoides...) que les idées pourront être mises en place.

L'exploitation d'une donnée graphique a un double intérêt : contrôler des résultats ; suggérer des propriétés, que l'on peut alors justifier si l'on dispose d'une étude de la fonction.

On s'attachera à interpréter les résultats (variations, signe, extremums...).

On pourra exploiter quelques problèmes d'optimisation. Dans la spécialité « chimie de laboratoire et de procédés industriels », en liaison avec l'enseignement des sciences physiques et de la technologie, on pourra introduire la fonction logarithme décimal à l'aide de la touche de la calculatrice et on vérifiera expérimentalement la propriété fondamentale, mais aucune connaissance sur ce sujet n'est exigible des élèves en mathématiques.

## IV. Géométrie

Toutes les activités technologiques utilisent des représentations graphiques et des figures, d'où l'importance de la géométrie dans les classes de première. Mais il n'y a pas lieu de s'étendre sur les aspects théoriques et *tout point de vue axiomatique est exclu* ; il s'agit, comme au collège et en seconde, de développer une certaine maîtrise du plan et de l'espace par la *pratique des figures*. Le programme est organisé autour des objectifs suivants :

- La pratique de *l'outil vectoriel* dans le plan et dans l'espace, en relation avec l'étude de *configurations* et avec l'enseignement de *la physique* et de *la mécanique* : les premiers éléments du calcul vectoriel dans le plan ont été étudiés en seconde ; en première, le programme comporte la mise en place du *produit scalaire* et de quelques notions sur les *barycentres*. Il comporte aussi une brève extension du calcul vectoriel à *l'espace* ;
- La description et l'étude de *solides simples* ;
- En liaison avec l'enseignement de *la physique* et de *la technologie*, la pratique de *techniques graphiques* jointe à une réflexion sur cette pratique. On pourra exploiter les systèmes graphiques (écrans, tables traçantes) existant dans les établissements.
- En liaison avec l'enseignement de l'optique, pour la série Sciences et Techniques de Laboratoire, spécialité « physique de laboratoire et de procédés industriels », option « optique et physico-chimie », on pourra être amené à introduire les notions de division et de faisceau harmoniques, mais aucune connaissance n'est exigible à ce sujet en mathématiques (*arrêté du 10 juillet 1992*, BO hors série du 24 juin 1992).

Comme en seconde, *la géométrie dans l'espace* est utilisée pendant toute l'année comme terrain pour mobiliser des acquis d'algèbre, d'analyse et de géométrie plane.

### 1. CALCUL VECTORIEL DANS LE PLAN

Quelques activités permettront, en cas de besoin, de consolider les acquis concernant les vecteurs du plan ; *on évitera en revanche les révisions systématiques*.

Barycentre de deux points pondérés :

Réduction de  $\alpha\overline{MA} + \beta\overline{MB}$  dans le cas où  $\alpha + \beta \neq 0$ .

Caractérisation du barycentre par  $\alpha\overline{GA} + \beta\overline{GB} = \vec{0}$ .

Extension à un système de trois ou quatre points.

Produit scalaire ; expressions du produit scalaire :

$$2\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$$

$$\overline{OA} \cdot \overline{OB} = \overline{OA} \cdot \overline{OH}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos \theta$$

Propriétés du produit scalaire : symétrie, linéarité.

La projection orthogonale d'un vecteur  $\vec{v}$  sur un axe  $\Delta$  muni d'un vecteur unitaire  $\vec{u}$  est  $(\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{u}$ . En particulier, les

coordonnées  $x$  et  $y$  de  $\vec{v}$  dans une base orthonormale  $(\vec{i}, \vec{j})$

sont  $x = \vec{i} \cdot \vec{v}$  et  $y = \vec{j} \cdot \vec{v}$ .

Caractérisation d'une droite par  $\vec{k} \cdot \overline{AM} = 0$ .

Les élèves doivent savoir que le barycentre de deux points appartient à la droite définie par ces points ; la réciproque est hors programme.

La recherche de barycentres ne porte que sur des *exemples numériques issus* notamment de la mécanique, où le calcul vectoriel permet, de façon très simple, d'associer les points pour les déterminer ; tout énoncé général concernant l'associativité de la barycentration est hors programme. On ne multipliera pas les exemples de recherche et de construction de barycentres.

Le texte ci-contre suggère une démarche pour l'introduction du produit scalaire : on s'appuie sur la caractérisation (vue en seconde) de l'orthogonalité de deux vecteurs par  $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2$  ; ou encore par  $xx' + yy' = 0$ , ce qui amène aux deux premières expressions du produit scalaire indiquées ci-contre. Le professeur peut adopter un autre choix. Quel que soit ce choix, les quatre expressions doivent être mises en valeur et exploitées sur *quelques* exemples simples. La notion de forme bilinéaire symétrique est hors programme.

Les élèves doivent savoir déterminer un vecteur normal à une droite donnée par une équation.

<p>Équation d'un cercle de centre et de rayon donnés :  <math>(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2</math>.</p>	<p>La détermination du centre et du rayon d'un cercle donné par son équation cartésienne développée n'est pas exigible des élèves.</p>
<p>Formules d'addition pour les fonctions cosinus et sinus ;  formules de duplication.</p>	<p>Les formules de conversion de produit en somme et de somme en produit ne sont pas au programme ; il en est de même de la linéarisation des puissances autres que <math>\cos^2 a</math> et <math>\sin^2 a</math>.</p>

## 2. CALCUL VECTORIEL DANS L'ESPACE

<p>Vecteurs : somme et produit par un nombre réel.  Norme d'un vecteur, vecteurs orthogonaux. Bases  orthonormales ; repères orthonormaux.</p>	<p>L'extension à l'espace des propriétés des vecteurs du plan se fera de façon intuitive. L'étude des barycentres n'est pas un objectif du programme.</p>
<p>Expression analytique du produit scalaire et de la norme dans  une base orthonormale.</p>	<p>On admettra l'extension à l'espace du produit scalaire et de ses propriétés.</p>

### *Travaux pratiques*

<p>Exemples de calculs de distances, d'angles, d'aires et de  volumes, dans les configurations usuelles du plan et de  l'espace.</p>	<p>Pour les polygones réguliers, on se limitera à des cas simples tels que : triangle et hexagone, carré et octogone. Toute technicité particulière doit être évitée dans l'étude des triangles.</p>
--	--

## VI. PROGRAMME DE TERMINALE

Arrêté du 10 juin 1994

### I. Objectifs et capacités valables pour l'ensemble du programme

Ces objectifs et capacités sont définis dans la partie IV de l'annexe VI de la note de service n°94-192 du 30 juin 1994.(pages 6 et 7)

### II. Algèbre, probabilités

#### 1. NOMBRES COMPLEXES

Les premiers éléments de l'étude des nombres complexes ont été mis en place en première. L'objectif est de compléter cet acquis pour fournir des outils utilisés en algèbre, en trigonométrie et en sciences physiques. Les élèves doivent connaître les notations  $a + bi$  et  $a + bj$  cette dernière étant utilisée en électricité. Le temps consacré à cette partie du programme doit être plus important dans la spécialité « physique de laboratoire et de procédés industriels », où une interprétation géométrique de quelques transformations complexes élémentaires est introduite en vue des applications en électronique.

Module, module d'un produit, inégalité triangulaire. Argument d'un nombre complexe non nul, notation  $re^{i\theta}$ .

Relation  $e^{i\theta} e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$ , lien avec les formules d'addition ; formule de Moivre.

Formules d'Euler :  $\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$  ;  $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

Interprétation géométrique de  $z \mapsto z+a$  et de  $z \mapsto e^{i\theta} z$ .

Les élèves doivent savoir interpréter géométriquement le module de  $b-a$ . Toute autre formulation de propriétés géométriques à l'aide de nombres complexes doit faire l'objet d'indications.

Ceci n'est au programme que de la spécialité « physique de laboratoire et de procédés industriels ».

#### Travaux pratiques

Résolution des équations du second degré à coefficients réels.

Exemples de mise en oeuvre des formules de Moivre et d'Euler (linéarisation de polynômes trigonométriques...).

La résolution d'équations à coefficients complexes et l'étude des racines  $n$ -ièmes de l'unité sont hors programme.

On se bornera à des exposants peu élevés ; les formules trigonométriques ainsi obtenues n'ont pas à être mémorisées de même que les formules de conversion de sommes en produits et de produits en sommes.

#### 2. PROBABILITES

Quelques notions de calcul des probabilités ont été introduites en première ; en terminale, on poursuit l'étude de phénomènes aléatoires. Le programme comporte une consolidation des acquis de première et l'introduction, sur des exemples simples, du concept de variable aléatoire. On se limite à des ensembles finis ; toute théorie formalisée est exclue et les notions de probabilité conditionnelle, d'indépendance et de probabilité produit ne sont pas au programme. Pour les variables aléatoires, le programme ne porte que sur l'étude d'exemples.

Variable aléatoire (réelle) prenant un nombre fini de valeurs et loi de probabilité associée ; fonction de répartition, espérance mathématique, variance, écart-type.

On prendra un point de vue très simple : certaines situations de probabilité s'expriment commodément par l'affectation de probabilités  $p_1, p_2, \dots, p_n$  aux valeurs  $x_1, x_2, \dots, x_n$  d'une grandeur numérique  $X$  associée à une expérience aléatoire ; on dit alors que  $X$  est une variable aléatoire. Les événements  $(X=x_1), (X=x_2), \dots, (X=x_n)$  sont les événements élémentaires de la loi de probabilité de  $X$ . Pour la fonction de répartition, on emploiera la convention  $F(x) = p(X \leq x)$ .

## Travaux pratiques

Exemples d'emploi de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à des situations aléatoires.	L'étude du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme.
Exemples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux...).	On conserve le même point de vue qu'en première ; en particulier, on s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement.
Exemples simples d'étude de situations menant à l'étude d'une variable aléatoire	Des indications doivent être données sur la méthode à suivre

### III. Analyse

Le programme d'analyse porte essentiellement sur les *fonctions*, ce qui permet d'étudier des situations *continues*. Il comporte aussi quelques notions sur les suites, en vue d'étudier quelques situations discrètes simples.

Pour les *fonctions*, l'objectif principal est d'exploiter la pratique de la dérivation pour l'étude globale et locale de fonctions usuelles et de fonctions qui s'en déduisent de manière simple ainsi qu'une pratique élémentaire du calcul intégral. Quelques problèmes majeurs fournissent un terrain pour cette étude : variations, recherche d'extremums, équations et inéquations, comportements asymptotiques, approximation d'une fonction au moyen d'une fonction plus simple, calcul de grandeurs géométriques, physiques ou mécaniques.

Pour les *suites*, l'objectif est de consolider les acquis de première sur les suites arithmétiques et géométriques ; le programme ne comporte que des travaux pratiques, sauf dans la spécialité « Physique de laboratoire et de procédés industriels », où figure aussi une brève étude de suites  $u_n = f(n)$ , mais il ne s'agit que d'un premier contact et les exemples choisis doivent être simples.

Les activités sur les suites et les fonctions ne sauraient se borner à des exercices portant sur des exemples donnés *a priori* ; il convient aussi d'étudier des situations issues de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale. De même, on exploitera systématiquement les interprétations graphiques des notions et des résultats étudiés et les problèmes numériques qui sont liés à cette étude.

#### 1. FONCTIONS NUMERIQUES : ETUDE LOCALE ET GLOBALE

Pour l'étude des fonctions, on s'appuiera conjointement sur les interprétations graphiques ( $y = f(x)$ ), cinématiques ( $x = f(t)$ ) et électriques (signaux relatifs à l'évolution d'une intensité, d'une différence de potentiel...).

Le programme se place dans le cadre des fonctions définies sur un intervalle et porte, pour l'essentiel, sur le cas des fonctions possédant dans cet intervalle des dérivées jusqu'à un ordre suffisant. Certaines situations (signaux...) mettent en jeu des fonctions définies par morceaux ; la mise en place d'un cadre théorique est exclue : l'étude sera menée intervalle par intervalle. L'intervalle de définition sera indiqué. Toute recherche *a priori* d'ensembles de définition est exclue.

Quelques énoncés sur les limites figurent au programme. Ils ne constituent pas un objectif en soi, mais visent seulement à faciliter, le cas échéant, l'étude du comportement aux bornes de l'intervalle et notamment du comportement asymptotique au voisinage de  $+\infty$  ; on évitera de multiplier les exemples posés *a priori* et toutes les indications nécessaires doivent être données. Pour la notion de limite, le point de vue adopté reste le même qu'en première ; les définitions par  $(\epsilon; \alpha)$ ,  $(\epsilon; A)$  ... sont hors programme. La continuité en un point et la continuité sur un intervalle sont hors programme.

##### a) Langage des limites

Les fonctions étudiées dans ce paragraphe sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ .

$\alpha$ ) Introduction de la notation  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

Notion d'asymptote verticale.

Les notions et les énoncés de ce paragraphe sont introduits à l'aide d'une approche numérique et graphique ; ils ne feront l'objet d'aucun développement théorique.

Lorsque  $a$  appartient à  $I$ , on s'appuiera sur le cas  $\lim_{b \rightarrow 0} g(b)$ , abordé en première.

On convient que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

Dire que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  signifie aussi que  $\lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = L$

β) Limite en  $+\infty$  des fonctions :

$$x \mapsto x, x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto \sqrt{x}.$$

Limite en  $+\infty$  des fonctions :

$$x \mapsto \frac{1}{x}, x \mapsto \frac{1}{x^2}, x \mapsto \frac{1}{x^3}, x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Introduction des notations  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

Notion d'asymptote horizontale.

γ) Dans le cas d'une limite finie  $L$ , dire que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

signifie aussi que  $\lim_{x \rightarrow a} |f(x) - L| = 0$  ou encore que  $f(x) = L + \varphi(x)$  où  $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = 0$ .

b) *Énoncés usuels sur les limites* (admis)

*Opérations algébriques*

Limite de la somme de deux fonctions, du produit d'une fonction par une constante, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction, du quotient de deux fonctions.

*Comparaison*

Si pour  $x$  assez grand,  $f(x) \geq u(x)$  et si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = +\infty$ ,

alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ; énoncé analogue lorsque  $f(x) \leq v(x)$

et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} v(x) = -\infty$

Si, pour  $x$  assez grand,  $|f(x) - L| \leq u(x)$ , et si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = 0$

alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ .

Si, pour  $x$  assez grand,  $u(x) \leq f(x) \leq v(x)$  et si

$\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} v(x) = L$ , alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ .

*Compatibilité avec l'ordre*

Si, pour  $x$  assez grand,  $f(x) \leq g(x)$  et si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$  et

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = L'$ , alors  $L \leq L'$ .

*Limite d'une fonction composée*

Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$  et si  $\lim_{y \rightarrow b} g(y) = \lambda$  (où  $a, b, \lambda$  sont finis ou

non), alors  $\lim_{x \rightarrow a} (g \circ f)(x) = \lambda$ .

c) *Calcul différentiel*

Dérivation d'une fonction composée.

Application à la dérivation de fonctions de la forme  $u^n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ),  $\exp u$ ,  $\ln u$  et  $u^\alpha$  ( $\alpha \in \mathbb{R}$ ).

Dérivées successives ; notation  $f', f'', \dots$ .

On soulignera le fait que, par translation, l'étude d'une fonction  $x \mapsto f(x)$  au point  $a$  se ramène à l'étude de la fonction  $b \mapsto f(a+b)$  au point 0.

Pour cette introduction, on s'appuiera sur des expérimentations numériques et graphiques portant notamment sur les fonctions de référence ci-contre. Pour donner une idée du cas général, on peut dire, par exemple, que  $f(x)$  est supérieur à  $10, 10^2, \dots, 10^9, 10^p$ , dès que  $x$  est assez grand.

On dispose d'un énoncé analogue pour les limites en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .

Ces énoncés doivent couvrir d'une part le cas des limites finies, d'autre part celui des limites infinies. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur étude et d'en donner une liste complète. Toute règle relative à des cas d'indétermination est hors programme.

Les énoncés de ce paragraphe sont introduits dans *l'unique but de faciliter l'étude des questions figurant au programme* (dérivées, comportements asymptotiques) *et non pour faire l'objet d'un entraînement systématique à la recherche de limites*. En particulier, en dehors du contexte de la dérivation, la recherche de limites en un point  $a$  de  $I$  n'est pas un objet du programme, et, pour les comportements asymptotiques, les travaux ne doivent porter que sur quelques exemples très simples.

De manière générale, dans la plupart des situations de majorations et d'encadrements intervenant dans le programme d'analyse, les inégalités larges suffisent ; les inégalités strictes doivent être réservées au cas où elles sont indispensables.

Bien entendu, cet énoncé, condensé pour faciliter la mémorisation, recouvre plusieurs cas qu'il convient de distinguer clairement et d'illustrer à l'aide d'exemples. En dehors des cas du type  $t \mapsto g(at+b)$ ,  $\exp u$ ,  $\ln u$  et  $u^\alpha$ , où  $\alpha \in \mathbb{R}$ , les fonctions  $f$  et  $g$  doivent être indiquées.

La démonstration de cette règle n'est pas au programme

En dehors des cas ci-contre, les fonctions que l'on compose doivent être mentionnées explicitement

En liaison avec les sciences physiques, on donnera aussi les notations  $\frac{df}{dx}, \frac{d^2f}{dx^2}, \dots$ . La notion de différentielle est hors programme, ainsi que toute notion concernant la concavité ou les points d'inflexion.

Primitives d'une fonction dérivable sur un intervalle :

Définition. Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. Primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées.

d) Fonctions usuelles

Fonction logarithme népérien et fonction exponentielle ; notation  $\ln$  et  $\exp$ . Relation fonctionnelle, dérivation, comportement asymptotique. Approximation par une fonction affine, au voisinage de 0, des fonctions  $b \mapsto \exp(b)$  et  $b \mapsto \ln(1+b)$ .

Nombre  $e$ , notation  $e^x$ . Définition de  $a^b$  ( $a$  strictement positif,  $b$  réel).

Fonctions puissances  $x \mapsto x^n$  ( $x$  réel et  $n$  entier) et  $x \mapsto x^\alpha$  ( $x$  strictement positif et  $\alpha$  réel). Dérivation, comportement asymptotique. Cas où  $\alpha = 1/n$  ( $n$  entier strictement positif) ; notation  $\sqrt[n]{x}$  ( $x$  positif). Fonctions circulaires sinus, cosinus et tangente

Croissance comparée des fonctions de référence  $x \mapsto \exp(x)$ ,

$x \mapsto x^\alpha$ ,  $x \mapsto \ln x$  au voisinage de  $+\infty$  :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\exp(x)}{x^\alpha} = +\infty ;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \exp(-x) = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0 .$$

Pour les primitives et le calcul intégral, le programme se limite au cas des fonctions dérivables.

L'existence des primitives est admise.

Le mode d'introduction des fonctions  $\ln$  et  $\exp$  n'est pas imposé ; l'existence et la dérivabilité de ces fonctions peuvent être admises. Hormis les deux exemples de l'exponentielle et de la racine  $n$ -ième, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme.

Selon les besoins des autres disciplines, on pourra mentionner la fonction logarithme décimal  $x \mapsto \log x$ , mais aucune connaissance sur ce point n'est exigible des élèves en mathématiques. Les élèves doivent avoir une bonne pratique des représentations graphiques des fonctions étudiées dans ce paragraphe et savoir en déduire celles des fonctions directement apparentées, telles que  $t \mapsto \cos(\omega t)$ ,  $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ ,  $t \mapsto e^{at}$ .

Hormis les cas indiqués ici, l'étude de fonctions de la forme  $x \mapsto f(\cos x; \sin x)$  est hors programme.

Ces résultats sont admis et interprétés graphiquement. Certaines études aux bornes mettent en jeu des formes indéterminées en  $+\infty$  ou en  $-\infty$ , aucune autre connaissance que celles mentionnées ci-contre n'est exigible des élèves. L'étude des formes indéterminées en un point  $a$  est hors programme.

### Travaux pratiques

Programmation des valeurs d'une fonction d'une variable.

Dans l'ensemble des travaux pratiques, on exploitera largement des situations issues de la géométrie, des sciences physiques et de la technologie.

Etude du sens de variation d'une fonction, recherche de son signe, recherche des extremums.

La résolution de certaines questions nécessite l'étude d'une fonction auxiliaire ; cette fonction doit alors être indiquée.

Recherche de la limite d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle en  $+\infty$  ou en  $-\infty$ .

Pour l'étude des comportements asymptotiques en  $+\infty$  (ou en  $-\infty$ ), on exploitera la comparaison de la fonction donnée  $f$  à une fonction plus simple  $g$  telle que  $\lim_{+\infty} (f-g) = 0$  ; en dehors du cas des asymptotes horizontales ou verticales, des indications doivent être fournies sur la forme de la fonction  $g$  à utiliser.

Exemples de recherche d'asymptotes ; exemples d'étude du comportement local ou asymptotique d'une fonction.

Tracé de la courbe représentative d'une fonction

Lecture de propriétés d'une fonction à partir de sa représentation graphique.

Etude d'équations  $f(x) = \lambda$  ou d'inéquations  $f(x) \leq \lambda$ .

Etant donné une fonction  $f$  strictement monotone sur  $I$  et un élément  $\alpha$  de  $I$  tel que  $f(\alpha) = 0$ , les élèves doivent savoir comparer  $\alpha$  à un élément donné  $\beta$  de  $I$  en utilisant le signe de  $f(\beta)$ .

Exemples d'étude de situations décrites au moyen de fonctions (issues de la géométrie, des sciences physiques, de la vie économique et sociale, ...).

On s'attachera à interpréter les résultats (variations, signe, extremums, comportement asymptotique,...). On étudiera quelques problèmes d'optimisation.

Certains problèmes physiques (mouvement d'un point, signaux électriques...) conduisent à l'étude de courbes planes paramétrées telles que, par exemple, l'ellipse sous la forme  $x = a \cos t, y = b \sin t$  : en liaison avec l'enseignement des autres disciplines, on pourra étudier quelques exemples de ce type, mais aucune connaissance à ce sujet n'est au programme.

Exemples d'emploi de majorations et d'encadrements d'une fonction par des fonctions plus simples (recherche de valeurs approchées en un point...).

Pour tous les problèmes de majoration, d'encadrement et d'approximation des fonctions, des indications doivent être données sur la méthode à suivre.

Exemples de recherche de solutions approchées d'une équation numérique.

On pourra, sur des exemples, explorer et itérer quelques méthodes (dichotomie, tangente, interpolation linéaire...) mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible des élèves.

## 2. SUITES

Pour les deux spécialités de la série STL, le programme comporte une consolidation des acquis de première sur les suites arithmétiques et géométriques sous forme de travaux pratiques.

Pour la seule spécialité « physique de laboratoire et de procédés industriels » il s'agit aussi d'aborder l'étude du comportement global et asymptotique de la suite des valeurs  $f(n)$  d'une fonction ; on se place dans le cadre de suites définies pour tout entier naturel et on remarquera brièvement que les notions et résultats s'étendent sans changement au cas des suites définies à partir d'un certain rang.

A l'exception des suites arithmétiques et géométriques, les suites définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$  et  $u_0$  sont hors programme.

### a) Comportement global

Exemples de description d'une situation à l'aide d'une suite des valeurs  $f(n)$  d'une fonction.  
Suites croissantes, suites décroissantes.

L'étude des suites définies par additions ou multiplications répétées, telles que  $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$  ou  $u_n = n!$  est exclue.

L'étude des opérations sur les suites est hors programme.

### b) Langage des limites

α) Limite des suites de terme général  $n, n^2, n^3, \sqrt{n}$ .

Limite des suites de terme général  $\frac{1}{n}, \frac{1}{n^2}, \frac{1}{n^3}, \frac{1}{\sqrt{n}}$ .

Introduction du symbole  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

Si une fonction  $f$  admet une limite  $L$  en  $+\infty$ , alors la suite  $u_n = f(n)$  converge vers  $L$ .

β) Limite d'une suite géométrique ( $k^n$ ), où  $k$  est strictement positif.

La définition de la convergence par  $(\epsilon; N)$  est hors programme.

L'étude des suites de référence ci-contre et, plus largement, des suites  $u_n = f(n)$  et à mener en relation étroite avec celle des fonctions correspondantes. On signalera que les énoncés de comparaison pour les suites et les fonctions sont entièrement analogues.

La démonstration de ce résultat n'est pas exigible. En dehors de ce cas, l'étude de la convergence d'une suite récurrente n'est pas un objectif du programme.

## Travaux pratiques

Exemples d'étude de problèmes conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques. (*Programme de deux spécialités*).

Exemples d'étude du comportement asymptotique d'une suite  $u_n = f(n)$  (*Programme de la spécialité « physique de laboratoire et de procédés industriels »*)

On pourra prendre des problèmes issus des sciences physiques, des techniques industrielles ou de la vie économique et sociale (radioactivité, intérêts simples, intérêts composés...).

### 3. NOTIONS DE CALCUL INTEGRAL

L'objectif est double :

- Familiariser les élèves avec quelques *problèmes relevant du calcul intégral* et qui, en retour, *donnent du sens à la notion d'intégrale* : calcul de grandeurs géométriques (aires, volumes...), de grandeurs physiques (calcul de la distance parcourue connaissant la vitesse, valeur moyenne, valeur efficace...).
- Fournir aux élèves le *symbolisme* très efficace du calcul intégral.

On combinera les activités de *calcul exact* d'intégrales (qui mettent en œuvre le calcul de primitives) et les activités *d'encadrement* et de *calcul approché* (qui, de façon complémentaire, exploitent des idées géométriques à partir d'interprétations graphiques).

a) *Intégrale d'une fonction sur un segment*

Etant donné une fonction  $f$  dérivable sur un intervalle  $I$  et un couple  $(a, b)$  de points de  $I$ , le nombre  $F(b) - F(a)$ , où  $F$  est une primitive de  $f$ , est indépendant du choix de  $F$ ; on l'appelle intégrale de  $a$  à  $b$  de  $f$  et on le note  $\int_a^b f(t)dt$ .

Dans le cas d'une fonction positive, interprétation graphique de l'intégrale à l'aide d'une aire.

b) *Propriétés de l'intégrale*

Relation de Chasles

*Linéarité*

$$\int_a^b (\alpha f + \beta g)(t)dt = \alpha \int_a^b f(t)dt + \beta \int_a^b g(t)dt.$$

*Positivité*

Si  $a \leq b$  et si  $f \geq 0$ , alors  $\int_a^b f(t)dt \geq 0$ .

Intégration d'une inégalité.

*Inégalité de la moyenne*

Si  $m \leq f \leq M$  et  $a \leq b$ ,

$$\text{alors } m(b-a) \leq \int_a^b f(t)dt \leq M(b-a)$$

Valeur moyenne d'une fonction

c) *Techniques de calcul*

Lecture inverse des formules de dérivation : primitives des fonctions de la forme  $t \mapsto f'(at+b)$ ,  $(\exp u)u'$ ,  $u^\alpha u'$  où

$\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha \neq -1$ , et  $\frac{u'}{u}$  ( $u$  étant à valeurs strictement positives).

Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme : on admettra son existence et ses propriétés élémentaires. Les élèves doivent connaître l'aire des domaines usuels : rectangle, triangle, trapèze, secteur d'un disque.

Il convient d'interpréter en terme d'aires certaines de ces propriétés (relation de Chasles, intégration d'inégalités, valeur moyenne d'une fonction...) afin d'éclairer leur signification.

La notion de valeur moyenne est à relier à l'enseignement de la physique.

Les élèves doivent savoir reconnaître si un exemple donné de fonction est de l'une de ces formes. Ils doivent aussi savoir exploiter une périodicité ou une symétrie pour le calcul d'intégrales, mais toute formule de changement de variable est hors programme, de même que l'intégration par parties.

d) *Equations différentielles*

Résolution de l'équation différentielle  $y' = ay$ , où  $a$  est un nombre réel : existence et unicité de la solution vérifiant une condition initiale donnée.

Résolution de l'équation différentielle  $y'' + \omega^2 y = 0$  où  $\omega$  est un nombre réel : existence et unicité (admissibles) de la solution vérifiant des conditions initiales données.

*Travaux pratiques*

Exemples de calcul d'intégrales à l'aide d'une primitive.

Calcul d'aires planes à l'aide du calcul intégral.

Exemples de calcul de volumes de solides usuels (boules, prismes, cylindres, pyramides, cônes, volumes de révolution...).

Exemples d'étude de situations menant au calcul de la valeur moyenne d'une fonction ou de son carré

Exemples d'encadrement d'une intégrale au moyen d'un encadrement de la fonction à intégrer.

Exemples de calcul de valeurs approchées d'intégrales.

Exemples simples d'étude de phénomènes continus satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale se ramenant à une équation du type  $y' = ay$  ou  $y'' + \omega^2 y = 0$ .

Les élèves doivent connaître la formule  $V = \int_a^b S(x)dx$ .

En liaison avec l'enseignement des autres sciences et de la technologie, on pourra être amené à donner des applications au calcul d'autres grandeurs géométriques, mécaniques ou physiques (calcul de moments, détermination de centres de gravité). Aucune connaissance sur ces questions n'est exigible des élèves en mathématiques.

Ces situations seront choisies en liaison avec l'enseignement des sciences physiques (signaux...). Si elles mettent en jeu des fonctions définies par morceaux, les calculs seront effectués intervalle par intervalle.

On se limitera à des exemples très simples et des indications pour l'encadrement de la fonction à intégrer devront être fournies.

On pourra sur des exemples simples, décrire et appliquer quelques méthodes usuelles (rectangles, point, milieu, trapèzes) ; mais aucune connaissance n'est exigible des élèves sur ces questions et toutes les indications nécessaires devront être fournies.

Certaines de ces situations seront issues de sciences physiques (mécanique du point, circuits électriques...). Lorsqu'une telle étude mène à une équation avec second membre, la méthode à suivre pour se ramener à l'équation sans second membre doit être indiquée.

D'autre part, dans certaines sections, en liaison avec l'enseignement d'autres disciplines, on pourra être amené à étudier d'autres types d'équations différentielles mais ceci est en dehors du programme de mathématiques.