

# **A**nnexe

## **MATHÉMATIQUES**

### **CLASSE DE SECONDE DE LA SÉRIE TECHNIQUES DE LA MUSIQUE ET DE LA DANSE APPLICABLE À COMPTER DE LA RENTRÉE 2003**

#### **INTRODUCTION**

Engagé dans une série technologique spécialisée, l'élève doit prendre conscience de la diversité de l'activité mathématique dès la classe de seconde. Chercher, trouver des résultats partiels, se poser des questions, appliquer des techniques bien comprises, étudier une démonstration qu'on n'aurait pas trouvée soi-même, expliquer oralement une démarche, rédiger au brouillon puis au propre, etc. sont quelques-uns des aspects de cette activité. Il importe donc que cette diversité se retrouve dans les travaux proposés à la classe ; parmi ceux-ci les travaux écrits faits à la maison restent absolument essentiels à toute progression de l'élève.

L'utilité et la pérennité des mathématiques ne sont pas à prouver. Néanmoins, il faut que chaque élève, à son niveau, puisse faire l'expérience personnelle de l'efficacité des concepts mathématiques et de la simplification que permet la maîtrise de l'abstraction. Il doit, pour cela, pouvoir prendre le temps de faire des mathématiques, de bâtir un ensemble cohérent de connaissances et d'accéder au plaisir de la découverte et à l'expérience de la compréhension. Le programme reprend celui de la classe de seconde générale et technologique. La liste des thèmes d'études a été adaptée afin de prendre en compte la spécificité de la série. Il est composé de trois grands chapitres : statistique, calcul et fonctions, géométrie. Pour chaque chapitre, les capacités attendues, en nombre volontairement limité, constituent la base sur laquelle se fonderont les programmes des années ultérieures. De plus, un ensemble de thèmes d'études est proposé, dans lequel l'enseignant pourra puiser au gré du questionnement et des motivations de ses élèves ; ces thèmes permettent de faire vivre l'enseignement au-delà de l'évaluation sur les capacités attendues et de prendre en compte dans une certaine mesure la spécificité de la classe de seconde de cette série.

L'enseignant pourra choisir des thèmes au-delà de ces propositions qui devront néanmoins rester dans le même esprit.

À titre indicatif, le temps à consacrer aux différents chapitres pourrait être de 1/8 pour les statistiques, le reste se répartissant équitablement entre les deux autres chapitres.

L'informatique, devenue aujourd'hui absolument incontournable, permet de rechercher et d'observer des lois expérimentales dans deux champs naturels d'application interne des mathématiques : les nombres et les figures du plan. Cette possibilité d'expérimenter, classiquement davantage réservée aux autres disciplines, doit ouvrir largement la dialectique entre l'observation et la démonstration. Il est ainsi nécessaire de familiariser le plus tôt possible les élèves avec certains logiciels ; en seconde l'usage de logiciels de géométrie est indispensable. Un des apports majeurs de l'informatique réside aussi dans la puissance de simulation des ordinateurs ; la simulation est ainsi devenue une pratique scientifique majeure : une approche en est proposée dans le chapitre statistique.

Chaque chapitre est l'occasion de constater l'économie de pensée qu'apportent des notations adaptées et d'éprouver la nécessité d'avoir à ce propos des conventions claires. Le développement de l'argumentation et l'entraînement à la logique font partie intégrante des exigences des classes de lycée. À l'issue de la seconde, l'élève devra avoir acquis une expérience lui permettant de dissocier implication mathématique et causalité.

Le programme est une trame à partir de laquelle le professeur construit son enseignement. Il ne doit pas perdre de vue que, par le choix des exemples traités et de la progression suivie, par le vocabulaire imagé employé, par sa manière personnelle de raconter l'histoire de certaines idées, il transmet une image des mathématiques importante pour l'avenir de ses élèves.

## Statistique

Rappel des programmes antérieurs :

SIXIÈME	CINQUIÈME	QUATRIÈME	TROISIÈME
<i>Exemples conduisant à lire et établir des relevés statistiques sous forme de tableaux ou de représentations graphiques, éventuellement en utilisant un ordinateur.</i>	<i>Lecture, interprétation, représentations graphiques de séries statistiques. Diagrammes à barres, diagrammes circulaires. Classes, effectifs. Fréquences.</i>	<i>Effectifs cumulés, fréquences cumulées. Moyennes pondérées. Initiation à l'usage des tableurs - grapheurs. Valeur approchée de la moyenne d'une série statistique regroupée en classes d'intervalles.</i>	<i>Caractéristiques de position d'une série statistique. Approche de caractéristiques de dispersion d'une série statistique. Initiation à l'utilisation des tableurs - grapheurs en statistique.</i>

En seconde le travail sera centré sur :

- la réflexion conduisant au choix de résumés numériques d'une série statistique quantitative ;
- la notion de fluctuation d'échantillonnage vue ici sous l'aspect élémentaire de la variabilité de la distribution des fréquences ;
- la simulation à l'aide du générateur aléatoire d'une calculatrice. La simulation remplaçant l'expérimentation permet, avec une grande économie de moyens, d'observer des résultats associés à un très grand nombre de réalisations d'une même expérience aléatoire. On verra ici la diversité des situations simulables à partir d'une liste de chiffres.

L'enseignant traitera des données en nombre suffisant pour que cela justifie une étude statistique ; il proposera des sujets d'étude et des simulations en fonction de l'intérêt des élèves, de l'actualité et de ses goûts.

Les notions de fluctuation d'échantillonnage et de simulation ne doivent pas faire l'objet d'un cours. L'élève pourra se faire un "cahier de statistique" où il consignera une grande partie des traitements de données et des expériences de simulation qu'il fait, des raisons qui conduisent à faire des simulations ou traiter des données, l'observation et la synthèse de ses propres expériences et de celles de sa classe. Ce cahier sera complété en première et terminale et pourra faire partie des procédures d'évaluation annuelle.

En classe de première et de terminale, on réfléchira sur la synthèse des données à l'aide du couple (moyenne, écart-type) qui sera vu à propos de phénomènes aléatoires gaussiens et par moyenne ou médiane et intervalle interquartile sinon. On fera un lien entre statistique et probabilité.

<b>CONTENUS</b>	<b>CAPACITÉS ATTENDUES</b>	<b>COMMENTAIRES</b>
<p>Résumé numérique par une ou plusieurs mesures de tendance centrale (moyenne, médiane, classe modale, moyenne élaguée) et une mesure de dispersion.</p>	<p>Utiliser les propriétés de linéarité de la moyenne d'une série statistique. Calculer la moyenne d'une série à partir des moyennes de sous-groupes. Calcul de la moyenne à partir de la distribution des fréquences.</p>	<p>L'objectif est de faire réfléchir les élèves sur la nature des données traitées, et de s'appuyer sur des représentations graphiques pour justifier un choix de résumé. On peut commencer à utiliser le symbole <math>\Sigma</math>. On commentera quelques cas où la médiane et la moyenne diffèrent sensiblement. On remarquera que la médiane d'une série ne peut se déduire de la médiane de sous séries. Le calcul de la médiane nécessite de trier les données, ce qui pose des problèmes de nature algorithmique.</p>
<p>Définition de la distribution des fréquences d'une série prenant un petit nombre de valeurs et de la fréquence d'un événement. Simulation et fluctuation d'échantillonnage.</p>	<p>Concevoir et mettre en œuvre des simulations simples à partir d'échantillons de chiffres au hasard.</p>	<p>La touche "random" d'une calculatrice pourra être présentée comme une procédure qui, chaque fois qu'on l'actionne, fournit une liste de <math>n</math> chiffres (composant la partie décimale du nombre affiché). Si on appelle la procédure un très grand nombre de fois, la suite produite sera sans ordre ni périodicité et les fréquences des dix chiffres seront sensiblement égales. Chaque élève produira des simulations de taille <math>n</math> (<math>n</math> allant de 10 à 100 suivant les cas) à partir de sa calculatrice ; ces simulations pourront être regroupées en une simulation ou plusieurs simulations de taille <math>N</math>, après avoir constaté la variabilité des résultats de chacune d'elles. L'enseignant pourra alors éventuellement donner les résultats de simulations de même taille <math>N</math> préparées à l'avance et obtenues à partir de simulations sur ordinateurs.</p>

## Calcul et fonctions

Rappel des programmes antérieurs :

SIXIÈME	CINQUIÈME	QUATRIÈME	TROISIÈME
<i>Nombres et calcul numérique. Écriture décimale et opérations + - <math>\cdot</math> <math>\div</math>. Division par un entier et valeur approchée. Écritures fractionnaires du quotient de 2 entiers.</i>	<i>Expressions numériques. Produit de deux fractions. Comparaison, somme et différence de deux fractions.</i>	<i>Opérations sur les relatifs en écriture décimale ou fractionnaire. Puissance d'un exposant entier ou relatif. Touches <math>\sqrt{\quad}</math>, cos, <math>\frac{1}{x}</math>.. de la calculatrice.</i>	<i>Calculs comportant des Radicaux. Exemples d'algorithmes simples ; application numérique sur ordinateur. Nombres premiers entre eux. PGCD de deux nombres. Algorithme d'Euclide. Fractions irréductibles.</i>
<i>Calcul littéral. Substitution de valeurs numériques dans une formule.</i>	<i><math>k(a + b)</math> ; <math>k(a \cdot b)</math> Test par substitution de valeurs dans une expression littérale.</i>	<i>Développement d'expressions. Effets sur l'ordre de + et de <math>\cdot</math>. Équations du premier degré.</i>	<i>Factorisation (identités). Problèmes se ramenant au 1<sup>er</sup> degré. Systèmes d'équations à 2 inconnues.</i>
<i>Application d'un pourcentage. Étude de situations relevant ou non de la proportionnalité. Lecture et réalisation de tableaux, de graphiques.</i>	<i>Mouvement uniforme. Reconnaissance et mise en œuvre de la proportionnalité.</i>	<i>Vitesse moyenne. Applications de la proportionnalité. Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.</i>	<i>Effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires et des volumes. Fonctions linéaires et affines.</i>

### Objectifs

- Approfondir la connaissance des différents types de nombres ;
  - poursuivre l'apprentissage des propriétés arithmétiques des nombres entiers ;
  - expliciter, sous différents aspects (graphique, calcul, étude qualitative), la notion de fonction ;
  - étudier quelques fonctions de référence, préparant à l'analyse ;
  - progresser dans la maîtrise du calcul algébrique, sans recherche de technicité, toujours dans la perspective de résolution de problèmes ou de démonstration ;
  - utiliser de façon raisonnée et efficace la calculatrice pour les calculs et pour les graphiques.
- La plupart de ces objectifs concernent les trois années de lycée.

Le calcul numérique et le calcul algébrique ne doivent pas constituer un chapitre de révision systématique, mais se retrouvent au travers des différents chapitres. En particulier, ils seront traités en relation étroite avec l'étude des fonctions. Comme la géométrie, les activités de calcul doivent être l'occasion de développer le raisonnement et l'activité de démonstration.

Lors de la résolution de problèmes, on dégagera, pour certains exemples étudiés, les différentes phases du traitement : mathématisation et mise en équation, résolution, contrôle de la cohérence des résultats et exploitation.

On exploitera les possibilités offertes par les tableurs, par les grapheurs et par les logiciels de géométrie.

<b>CONTENUS</b>	<b>CAPACITÉS ATTENDUES</b>	<b>COMMENTAIRES</b>
<p>Nature et écriture des nombres. Notations <math>\mathbb{N}</math>, <math>\mathbb{Z}</math>, <math>\mathbb{Z}</math>, <math>\mathbb{Q}</math>, <math>\mathbb{R}</math></p> <p>Représentation des nombres dans une calculatrice. <b>Arithmétique</b> : Nombres premiers.</p>	<p>Distinguer un nombre d'une de ses valeurs approchées. Interpréter un résultat donné par une calculatrice. Organiser un calcul à la main ou à la machine. Savoir mettre en œuvre l'algorithme d'Euclide. Décomposer un entier en produit de nombres premiers.</p>	<p>On admettra que l'ensemble des réels est l'ensemble des abscisses des points d'une droite. On travaillera sur les ordres de grandeur. On donnera un ou deux exemples de limites d'utilisation d'une calculatrice. On fera quelques manipulations de nombres en écriture scientifique. Il s'agit de conforter les acquis du collège (nombres premiers entre eux, PGCD) en indiquant l'utilité de ces notions en musique. On se limitera à des exemples (du type <math>56 \div 67</math>) pour lesquels la connaissance des tables de multiplication suffit.</p>
<p>Ordre des nombres. Valeur absolue d'un nombre.</p>	<p>Choisir un critère adapté pour comparer des nombres. Comparer <math>a</math>, <math>a^2</math> et <math>a^3</math> lorsque <math>a</math> est positif. Caractériser les éléments d'un intervalle et le représenter.</p>	<p>La valeur absolue d'un nombre permet de parler facilement de la distance entre deux nombres.</p>
<p>Fonctions.</p>	<p>Identifier la variable et son ensemble de définition pour une fonction définie par une courbe, un tableau de données ou une formule.</p>	<p>On étudiera des situations issues, entre autres, de la géométrie, de la physique, de l'actualité ou de problèmes historiques. On réfléchira sur les expressions <i>être fonction de</i> et <i>dépendre de</i> dans le langage courant et en mathématiques. On donnera des exemples de dépendance non fonctionnelle (poids et taille, note au bac et moyenne de l'année). Les fonctions abordées ici sont généralement des "fonctions numériques d'une variable réelle" pour lesquelles l'ensemble de définition est donné. On pourra voir quelques exemples de fonctions définies sur un ensemble fini ou même de fonctions à deux variables (aire en fonction des dimensions).</p>

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
	<p>Déterminer, dans chacun des cas, l'image d'un nombre.</p>	<p>L'utilisation de calculatrice ou d'ordinateur amènera à considérer une fonction comme un dispositif capable de produire une valeur numérique quand on introduit un nombre (c'est-à-dire comme une "boîte noire").</p> <p>Les notations <math>f(x)</math> - déjà introduite au collège - et <math>f</math> seront systématiquement utilisées. Il importe d'être progressif dans l'utilisation de ces écritures : le passage du nombre <math>f(x)</math> à l'objet mathématique "fonction" noté <math>f</math> est difficile et demande un temps de maturation individuelle qui peut dépasser la classe de seconde.</p>
<p>Étude qualitative de fonctions. Fonction croissante, fonction décroissante ; maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.</p>	<p>Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variations, le comportement d'une fonction définie par une courbe.</p> <p>Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variation.</p>	<p>S'il s'agit des courbes, on distinguera celles pour lesquelles, par convention, l'information sur les variations est exhaustive, de celles obtenues sur un écran graphique. La perception sur un graphique de symétries ou de périodicité pourra conduire à une formulation analytique de ces propriétés. On soulignera le fait qu'une fonction croissante conserve l'ordre, tandis qu'une fonction décroissante renverse l'ordre ; une définition formelle est ici attendue.</p>
<p>Premières fonctions de référence.</p>	<p>Établir le sens de variation et représenter graphiquement les fonctions <math>x \mapsto x^2</math>, <math>x \mapsto 1/x</math>.</p>	<p>D'autres fonctions telles que <math>x \mapsto \sqrt{x}</math>, <math>x \mapsto x^3</math>, <math>x \mapsto  x </math>, ... pourront être découvertes à l'occasion de problèmes. Les résultats les concernant pourront être admis. Les positions relatives des diverses courbes ainsi découvertes seront observées et admises.</p>

<b>CONTENUS</b>	<b>CAPACITÉS ATTENDUES</b>	<b>COMMENTAIRES</b>
<p>Fonctions linéaires et fonctions affines.</p> <p>Fonctions trigonométriques simples</p>	<p>Caractériser les fonctions affines par le fait que l'accroissement de la fonction est proportionnel à l'accroissement de la variable. Connaître la représentation graphique de <math>x \mapsto \sin x</math> et de <math>x \mapsto \cos x</math>.</p>	<p>Exemples de non-linéarité. En particulier, on fera remarquer que les fonctions carré, inverse,... ne sont pas linéaires.</p> <p>La définition de <math>\sin x</math> et <math>\cos x</math> pour un réel <math>x</math> quelconque se fera en "enroulant <math>\mathbb{R}</math>" sur le cercle trigonométrique. On fera le lien avec les sinus et cosinus de <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math> et <math>60^\circ</math>. Étant donné l'importance de ces fonctions dans l'étude du son, on mettra en place un véritable apprentissage les concernant.</p>
<p>Fonctions et formules algébriques.</p>	<p>Reconnaître la forme d'une expression algébrique (somme, produit, carré, différence de deux carrés). Identifier l'enchaînement des fonctions conduisant de <math>x</math> à <math>f(x)</math> quand <math>f</math> est donnée par une formule. Reconnaître différentes écritures d'une même expression et choisir la forme la plus adaptée au travail demandé (forme réduite, factorisée,...).</p> <p>Modifier une expression ; la développer ; la réduire selon l'objectif poursuivi.</p>	<p>Les activités de calcul doivent être l'occasion de raisonner et de démontrer. On évitera une activité trop mécanique et on s'efforcera de développer, avec des expressions littérales faisant intervenir une seule lettre, deux plus rarement, des stratégies s'appuyant sur l'observation, l'anticipation et l'intelligence du calcul. On multipliera les approches et on explicitera quelques procédures simples permettant d'infirmer ou de confirmer une formule. À l'occasion de certains travaux sur tableur, on distinguera la recherche et l'observation d'une loi empirique de la démonstration d'une formule. Des activités liées aux fonctions, aux équations ou aux inéquations mettront en valeur l'information donnée par la forme d'une expression et motiveront la recherche d'une écriture adaptée.</p>
<p>Mise en équation ; résolution algébrique, résolution graphique d'équations et d'inéquations.</p>	<p>Résoudre une équation ou une inéquation se ramenant au premier degré.</p>	<p>Pour un même problème, on combinera les apports des modes de résolution graphique et algébrique.</p>

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
	Utiliser un tableau de signes pour résoudre une inéquation ou déterminer le signe d'une fonction. Résoudre graphiquement des équations ou inéquations du type : $f(x) = k$ ; $f(x) < k$ ; $f(x) = g(x)$ ; $f(x) < g(x)$ ; ...	On précisera les avantages et les limites de ces différents modes de résolution. On pourra utiliser les graphiques des fonctions de référence et leurs positions relatives. On ne s'interdira pas de donner un ou deux exemples de problèmes conduisant à une équation qu'on ne sait pas résoudre algébriquement et dont on cherchera des solutions approchées.

## Géométrie

Rappel des programmes antérieurs :

SIXIÈME	CINQUIÈME	QUATRIÈME	TROISIÈME
<i>Parallélépipède rectangle : description, représentation et patrons.</i>	<i>Prismes droits, cylindres de révolution : description, représentation et patrons.</i>	<i>Pyramide et cône de révolution.</i>	<i>Sections d'une sphère, d'un cube, d'un parallélépipède rectangle, d'un cône de révolution, d'une pyramide dans des cas simples.</i>
<i>Dans le plan, transformation de figures par symétrie axiale : construction d'images, construction de figures simples ayant un axe de symétrie, énoncé de propriétés.</i>	<i>Dans le plan, transformation de figures par symétrie centrale.</i>	<i>Translation.</i>	<i>Polygones réguliers. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations.</i>
<i>Reproduction de figures planes simples.</i>	<i>Parallélogramme ; caractérisation angulaire du parallélisme. Cercle circonscrit.</i>	<i>Milieux et parallèles dans un triangle, triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes ; droites remarquables. Cercle et triangle rectangle.</i>	<i>Théorème de Thalès et réciproque. Vecteurs : somme de 2 vecteurs.</i>

SIXIÈME	CINQUIÈME	QUATRIÈME	TROISIÈME
<i>Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage dans le plan par des entiers relatifs.</i>	<i>Repérage sur une droite graduée et dans le plan.</i>	<i>Alignement de points et proportionnalité.</i>	<i>Coordonnées du milieu d'un segment, d'un vecteur ; distance de deux points à partir de leurs coordonnées.</i>
	<i>Somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire. Aire du parallélogramme, du triangle, du disque.</i>	<i>Distance d'un point à une droite et tangente à un cercle. Pythagore et sa réciproque. Cosinus d'un angle aigu.</i>	<i>Relations trigonométriques dans un triangle rectangle.</i>

### Objectifs

Deux objectifs principaux sont assignés à cette partie du programme :

- développer la vision dans l'espace ;
- proposer aux élèves des problèmes utilisant pleinement les acquis de connaissances et de méthodes du collège. Pour dynamiser la synthèse et éviter les révisions systéma-

tiques, deux éclairages nouveaux sont proposés : les frises ou pavages et des problèmes d'aires.

Le calcul vectoriel et analytique est introduit. Aucune notion nouvelle sur les transformations n'est envisagée.

On utilisera les possibilités qu'offrent les logiciels de géométrie.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Géométrie dans l'espace. Positions relatives de droites et plans : règles d'incidence. Orthogonalité d'une droite et d'un plan.	Manipuler, construire, représenter des solides. Connaître les positions relatives de droites et plans de l'espace.  Effectuer des calculs simples de longueur, aire ou volume.	On mettra en œuvre les capacités attendues sur un ou deux exemples : construction d'un patron, représentation en perspective cavalière, dessin avec un logiciel de construction géométrique, calcul de longueurs, d'aires ou de volumes.
Repérage dans le plan.	Repérer des points d'un plan, des cases d'un réseau carré ou rectangulaire ; interpréter les cartes et les plans.	On pourra réfléchir aux avantages des divers types de repérage.
Multiplication d'un vecteur par un réel.	Un repère étant fixé, exprimer la colinéarité de deux vecteurs ou l'alignement de trois points.	On évoquera, en comparant les repérages sur la droite, dans le plan, la notion de dimension. On n'utilisera le calcul vectoriel que pour faciliter le repérage des points, justifier le calcul de coordonnées et caractériser des alignements.
Équations de droites.	Caractériser analytiquement une droite. Reconnaître que deux droites sont parallèles.	On démontrera que toute droite a une équation soit de la forme $y = m x + p$ , soit de la forme $x = c$ .

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Système d'équations linéaires.	Déterminer le nombre de solutions d'un système de deux équations à deux inconnues. Résoudre des problèmes conduisant à de tels systèmes.	
Les configurations usuelles du plan	Utiliser, pour résoudre des problèmes, les configurations et les transformations étudiées en collège, en argumentant à l'aide de propriétés identifiées.  Reconnaître des triangles isométriques. Reconnaître des triangles de même forme. Résoudre des problèmes mettant en jeu formes et aires.	Les problèmes seront choisis de façon - à inciter à la diversité des points de vue, dans un cadre théorique volontairement limité, - à poursuivre l'apprentissage d'une démarche déductive, - à conduire vers la maîtrise d'un vocabulaire logique adapté (implication, équivalence, réciproque). À partir de la construction d'un triangle caractérisé par certains de ses côtés ou de ses angles, on introduira la notion de triangles isométriques. On pourra observer que deux triangles isométriques le sont directement ou non. On pourra utiliser la définition suivante : "deux triangles ont la même forme si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre" (il s'agit donc de triangles semblables). On caractérisera ensuite, grâce au théorème de Thalès, deux triangles de même forme par l'existence d'un coefficient d'agrandissement/réduction. Rapport entre les aires de deux triangles de même forme. Pour des formes courantes (équilatéral, demi-carré, demi-équilatéral), on fera le lien avec les sinus et cosinus des angles remarquables. On pourra étudier quelques frises ou pavages simples du plan en liaison avec les transformations du plan étudiées au collège.

## Thèmes d'étude

*Pour chacun des chapitres, le professeur choisira, pour l'ensemble des élèves un ou plusieurs thèmes d'étude dans la liste ci-dessous. Cette étude est indispensable pour donner du sens aux mathématiques...*

### Statistique

- Étude statistique sur les perceptions des intervalles en musique : octaves, tierces et quintes.
- Étude statistique de l'intervalle des fréquences audibles (où commence l'extraordinaire en oreille : oreille d'or du sous-marinier par exemple ?) ; élaboration du protocole d'enquête, exploitation des résultats grâce au concours d'un spécialiste du son par exemple.
- Simulations d'un sondage ; à l'issue de nombreuses simulations, pour des échantillons de taille variable, on pourra introduire la notion de fourchette de sondage, sans justification théorique. La notion de niveau de confiance 0,95 de la fourchette peut être introduite en terme de "chances" (il y a 95 chances sur 100 pour que la fourchette contienne la proportion que l'on cherche à estimer) ; on pourra utiliser les formules des fourchettes aux niveaux 0,95, 0,90 et 0,99 pour une proportion observée voisine de 0,5 afin de voir qu'on perd en précision ce qu'on gagne en niveau de confiance. On incitera les élèves à connaître l'approximation usuelle de la fourchette au niveau de confiance 0,95, issue d'un sondage sur  $n$  individus ( $n > 30$ ) dans le cas où la proportion observée  $p$  est comprise entre 0,3 et 0,7, à savoir :  $[p - 1/\sqrt{n}; p + 1/\sqrt{n}]$ .
- Simulations de jeux de pile ou face : distribution de fréquences du nombre maximum de coups consécutifs égaux dans une simulation de 100 ou 200 lancers d'une pièce équilibrée ; distribution de fréquences du gain sur un jeu d'au plus dix parties où on joue en doublant la mise (ou en la triplant) tant qu'on n'a pas gagné. On pourra aussi faire directement l'expérience avec des pièces pour bien faire sentir la notion de simulation...
- Simulations du lancer de deux dés identiques et distribution de la somme des faces. On pourra aussi faire directement l'expérience avec des dés pour bien faire sentir la notion de simulation...

### Arithmétique

- Arithmétique et gammes.
- Initiation aux liens de la musique à l'arithmétique : superposition rythmique (polyrythmie), nombres de mesures (œuvre de Bach), suite des harmoniques (chant, cor, guimbarde ou violon).
- Mathématiciens et musique dans l'histoire : Pythagore, Mersenne, Rameau...

### Fonctions

- Étude détaillée d'un exemple concret de fonction (tarifs téléphoniques, montant de l'impôt en fonction du revenu) : lecture de texte, représentation graphique, variations.
- Sur tableur, explicitation des différentes étapes du calcul d'une formule en appliquant d'une colonne à l'autre une seule opération (+, -,  $\times$ , /, carré,  $\sqrt{\quad}$ ). Explicitation de l'enchaînement des fonctions conduisant de  $x$  à  $f(x)$ . Recherche de la formule permettant de passer de la cellule donnant  $f(x)$  à la valeur de la cellule recevant  $x$ .
- En lien avec les Sciences Physiques, étude, à longueur égale, de la relation fonctionnelle entre la tension d'une corde vibrante et la hauteur de la note obtenue ou étude, à tension égale, de la relation fonctionnelle entre la longueur d'une corde et la hauteur de la note ou étude, à tension et longueur égales, de la relation fonctionnelle entre la masse de la corde et la hauteur de la note. Lien avec la fabrication d'instruments tels que la guitare par exemple.
- Relation entre notes et fréquences et étude de la relation fonctionnelle entre la fréquence du son émis et la longueur d'une colonne d'air vibrante : lien avec la fabrication d'instruments tels que la flûte de pan, l'orgue, etc.
- Construction, prévision des variations de la somme ou différence de fonctions données par leurs représentations graphiques (on pourra se servir de la demi-somme, plus facile à construire, pour prévoir les variations de la somme).
- Fonction affine par morceaux conforme à un tableau de variation ou un tableau de valeurs et problèmes d'interpolation linéaire.
- À l'aide d'un traceur de courbes, ajustement fonctionnel d'un tableau de valeurs (issues de la physique, de l'économie... ou reprise d'un problème important dans l'histoire des sciences). On pourra observer que les solutions sont diverses, proposer de se limiter à tel ou tel type

de fonctions et s'interroger sur ce que pourrait signifier l'expression "cette solution est meilleure que telle autre". À propos d'ajustement linéaire, on réfléchira sur le fait que la description affine de  $y$  à partir de  $x$  n'implique pas de causalité entre  $x$  et  $y$ .

### **Géométrie**

- Exemples de pavages périodiques du plan.
- Exemples de démonstrations classiques par les

aires : théorème de Pythagore, théorème de Thalès,...

- Exemples d'utilisation de transformations dans l'écriture musicale ou chorégraphique.

Les solides de Platon et en particulier l'icosaèdre. On pourra par l'étude de certaines propriétés de l'icosaèdre faire comprendre pourquoi il a été utilisé par Rudolph von Laban dans le langage chorégraphique de la danse moderne.